

# ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE • BAND 30 • HEFT 3 • OKTOBER 1937

## *Das abweichende Verhalten der Dämpfungskopplung von den bekannten Kopplungserscheinungen*

*Von Gerhard Schmerwitz*

(Vortrag, gehalten auf der Gauvereinstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Jena am 5. Juni 1937)

(Mit 12 Abbildungen)

### 1. Zusammenfassung

Ein Beispiel aus der Geophysik, die Kopplung eines Seismometers mit einem Galvanometer, gab die Veranlassung, den bisher nicht näher behandelten Fall der Dämpfungskopplung zweier Systeme genauer zu untersuchen. Hierbei stellte sich heraus, daß die in beiden Systemen auftretenden neuen Koppelfrequenzen nicht, wie in den bekannten Fällen der Kraft- und Beschleunigungskopplung, auseinander gerückt werden; sondern sich in Abhängigkeit vom Kopplungsfaktor einem gemeinsamen Zwischenwert nähern. Bei gleichen Ausgangsfrequenzen bleiben diese selbst bei stärkster Kopplung unverändert, was ebenfalls im Gegensatz zu den bisher bekannten Kopplungserscheinungen steht.

Die Dämpfungskonstanten zeigen hier etwa das Verhalten, das in den anderen Fällen die Frequenzen aufweisen, indem sie sich in Abhängigkeit vom Kopplungsgrad auch bei gemeinsamem Ausgangswert weit voneinander entfernen, d. h. ein System nahezu ungedämpft wird.

Diese Kopplungsart herrscht auch bei allen elektrischen Stromkreisen, in denen sich gleichzeitig zwei Meßinstrumente vom Galvanometertypus befinden, z. B. Strom- und Spannungsmesser. Hierbei können unter Umständen bei kurzzeitigen Messungen und Registrierungen erhebliche Veränderungen in der Wirkungsweise der Meßinstrumente auftreten, wenn die Vorbedingungen für enge Kopplung erfüllt sind.

Eine strenge Berücksichtigung der Dämpfungskopplung kann nicht nur in diesem geophysikalischen und allgemein-physikalischen Fall; sondern, wie gezeigt wird, auch bei wichtigen technischen Anwendungen unumgänglich notwendig sein.

Von den Veröffentlichungen über Schwingungen gekoppelter Systeme enthält die Abhandlung von M. Wien<sup>1)</sup> in den Annalen der Physik die für jede Behandlung von Kopplungsschwingungen zweier Systeme grundlegenden Differentialgleichungen. Durch die drei möglichen, dort aufgestellten Fälle der Beschleunigungs-, Kraft- und Dämpfungs- (bzw. Reibungs-) Kopplung läßt sich jedes aus zwei für sich schwingungsfähigen Teilen zusammengesetzte System nicht

1) M. Wien, Wied. Ann. 61. S. 149. 1897.

nur in der Physik, sondern auch in der Technik darstellen. Auch die Frage der Formulierung des Grades der Kopplung oder des Kopplungsfaktors ist dort eindeutig für alle Fälle gelöst. Durch Zurückführung auf diese immer wieder auftretenden Grundformen ließen sich für die erstgenannten zwei Kopplungsfälle auf den verschiedensten Spezialgebieten viele experimentelle Bestätigungen der Theorie durchführen. Zu einer genaueren Untersuchung der dritten Kopplungsart, der Dämpfungskopplung, ist es bisher noch nicht gekommen, da der Einfluß derselben entweder als geringfügig betrachtet wurde — oder es lag daran, daß, wie man aus manchen zusammenfassenden Darstellungen über Kopplungsschwingungen entnehmen kann, diese Kopplungsart von den beiden anderen Fällen bisher als nicht wesentlich verschieden angesehen wurde.

Bei der Kraft- und Beschleunigungskopplung lassen sich, wie bekannt ist, die Auswirkungen in ihren Eigenschaften qualitativ zusammenfassen: Die beliebig verschiedenen oder auch gleich großen Eigenfrequenzen der beiden Ausgangssysteme werden durch diese Kopplungen immer auseinander gezogen und die Ausgangsdämpfungen einander genähert. Der erste Fall läßt sich ohne Dämpfungseinfluß streng und allgemein beweisen<sup>1)</sup>. Auch mit Berücksichtigung der Dämpfung sind, soweit Näherungsrechnungen und Versuche vorliegen, Abweichungen von den erwähnten Eigenschaften nicht festgestellt worden.

Den Anlaß zu einer eingehenden Untersuchung der Frage, ob bei der dritten Kopplungsart gleichartige Veränderungen hervorgerufen werden, gab ein geophysikalisches Beispiel, bei dem Versuche und Rechnungen gezeigt hatten, daß sich hier das Verhalten mit den bekannten Kopplungserscheinungen nicht in Übereinstimmung bringen ließ. Da diese Dämpfungskopplung auch sonst (vgl. S. 217/218) in der Physik unerkannt auftreten kann, soll die hier noch bestehende Lücke in der Kopplungstheorie durch eine möglichst allgemein gehaltene Behandlung der Rechnungen und durch geeignet ausgewählte Meßbeispiele ausgefüllt werden.

Auf eine frühere Veröffentlichung<sup>2)</sup>, in der nach der Überschrift dieses Problem bereits behandelt zu sein scheinen könnte, soll hier noch kurz eingegangen werden. In den beiden dort (S. 185) aufgestellten als allgemein bezeichneten Grundgleichungssystemen sind die vier Koeffizienten  $K$  der ersten Ableitungen einander gleichgesetzt. Hiermit stehen diese im Widerspruch zu den von Rayleigh

1) Z. B. Cl. Schaefer, Einf. in d. theor. Phys. Bd. I S. 265—266.

2) E. Hahnkamm, Erzwungene Schwingungen reibungsgekoppelter Schwingungssysteme. Ztschr. f. angew. Math. u. Mech. 13. S. 183—202. 1933.

und M. Wien aus den Grundgesetzen der Physik abgeleiteten allgemeinen Kopplungsgleichungen, deren richtige Form in der klassischen Arbeit von M. Wien S. 153 (2) enthalten ist.

Deren Nichtbeachtung führt zunächst zu zwei willkürlichen, mit den erwähnten Kopplungsfaktoren nicht übereinstimmenden neuen Kopplungswerten. Weiter gibt sie Veranlassung zur Einführung eines besonderen Kapitels über: „Versagerfälle“ und „Versagerkurven“, das sich bei Berücksichtigung der einwandfreien Ausgangsgleichungen ganz erübrigt hätte. Denn die Auswertung der richtigen Dämpfungskopplungs-Gleichungen führt, wie in der folgenden Arbeit dargelegt wird, gerade zu derjenigen eigenartigen, bisher unbekannten Erscheinung, die dort (S. 189 mitte) zu der Definition von Versagerfällen Veranlassung gab. Solange über die Verhältnisse bei reinen Eigenschwingungen derartig gekoppelter Systeme keine Klarheit besteht, kann auch von einer Behandlung der komplizierteren erzwungenen Schwingungen noch keine einwandfreie Lösung erwartet werden.

Dieser ausführliche Hinweis soll, wegen der wichtigen technischen Anwendungsmöglichkeit dieser Kopplung auf den Frahmsschen Schlingertank und den Kreiselkompaß, eine Anleitung zur Klarstellung dieses Problems unter den hier abgeleiteten neuen Gesichtspunkten geben.

In der kurzen Mitteilung von M. Schuler<sup>1)</sup> kann man, falls es sich in der Abb. 9 um experimentelle Kurven handelt, ebenfalls für die hier bei diesen Anwendungen gezogenen Folgerungen eine Bestätigung sehen.

## 2. Die Bewegungsgleichungen zweier Systeme mit Dämpfungskopplung

In Anlehnung an die in der Physik übliche Bezeichnungsweise sind die allgemeinen Differentialgleichungen der Bewegung zweier Systeme mit Dämpfungskopplung wie folgt zu schreiben:

$$(1) \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} + 2h_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1^2 x_1 + 2\sigma_1 h_1 \frac{dx_2}{dt} = 0,$$

$$(2) \quad \frac{d^2 x_2}{dt^2} + 2h_2 \frac{dx_2}{dt} + k_2^2 x_2 + 2\sigma_2 h_2 \frac{dx_1}{dt} = 0.$$

Hierbei bedeuten:  $h_1$  und  $h_2$  die Dämpfungskonstanten;  $k_1$  und  $k_2$  die Kreisfrequenzen;  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zwei Faktoren, welche den Betrag der Rückwirkung der beiden Systeme aufeinander angeben. Der Kopplungsfaktor wird mit  $\sigma = \sqrt{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$  bezeichnet. Die Dämpfungen und Frequenzen können beliebige Ausgangswerte besitzen, der Kopplungsfaktor jedoch nur Werte zwischen 0 und 1.

1) M. Schuler, Eine Berichtigung der Gleichungen des Schlingertanks. Ztschr. f. techn. Phys. 10. S. 369. 1929.

Durch zweimaliges Differenzieren und Einsetzen erhält man für  $x_1$  und  $x_2$  je eine Differentialgleichung vierter Ordnung von jeweils gleicher Form:

$$\frac{d^4 x_1}{dt^4} + 2(h_1 + h_2) \cdot \frac{d^3 x_1}{dt^3} + (k_1^2 + k_2^2 + 4h_1 h_2 [1 - \sigma^2]) \frac{d^2 x_1}{dt^2} + 2(h_1 k_2^2 + h_2 k_1^2) \frac{dx_1}{dt} + k_1^2 \cdot k_2^2 \cdot x_1 = 0.$$

Damit diese Gleichung gelöst werden kann, müssen die Wurzeln der charakteristischen Gleichung bekannt sein, welche folgende Form hat:

$$r^4 + 2(h_1 + h_2)r^3 + (k_1^2 + k_2^2 + 4h_1 h_2 [1 - \sigma^2])r^2 + 2(h_1 k_2^2 + h_2 k_1^2)r + k_1^2 \cdot k_2^2 = 0.$$

Nach Einführung der neuen Veränderlichen  $z = r + \frac{h_1 + h_2}{2}$  erhält man die Form:

$$3) \quad \left\{ \begin{aligned} & z^4 + z^2 \left( k_1^2 - h_1^2 + k_2^2 - h_2^2 - \frac{(h_1 - h_2)^2}{2} - 4h_1 h_2 \sigma^2 \right) \\ & + z \cdot ([h_2 - h_1] \cdot [k_1^2 - h_1^2 - k_2^2 + h_2^2] + 4[h_1 + h_2] \cdot h_1 h_2 \cdot \sigma^2) \\ & + \left( \frac{h_1 - h_2}{2} \right)^4 + \left( \frac{h_1 - h_2}{2} \right)^2 (k_1^2 - h_1^2 + k_2^2 - h_2^2) \\ & + (k_1^2 - h_1^2)(k_2^2 - h_2^2) - h_1 h_2 (h_1 + h_2)^2 \sigma^2 = 0. \end{aligned} \right.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung müssen, falls die Lösung wieder zu periodischen Funktionen führen soll, komplex angesetzt werden und die Form haben:

$$z_1 = \beta + i \cdot \omega_1; \quad z_2 = \beta - i \cdot \omega_1; \quad z_3 = -\beta + i \cdot \omega_2; \quad z_4 = -\beta - i \cdot \omega_2.$$

Daß hier in den vier Wurzeln der gleiche  $\beta$ -Wert vorkommt, folgt aus der Form der Gl. (3), wo der Koeffizient des  $z^3$ -Gliedes Null ist.

Die gesuchten Wurzeln der charakteristischen Gleichung lauten dann

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} r_1 &= \beta - \frac{h_1 + h_2}{2} + i \cdot \omega_1 = -\delta_1 + i \cdot \omega_1; \\ r_2 &= \beta - \frac{h_1 + h_2}{2} - i \cdot \omega_1 = -\delta_1 - i \cdot \omega_1; \\ r_3 &= -\beta - \frac{h_1 + h_2}{2} + i \cdot \omega_2 = -\delta_2 + i \cdot \omega_2; \\ r_4 &= -\beta - \frac{h_1 + h_2}{2} - i \cdot \omega_2 = -\delta_2 - i \cdot \omega_2. \end{aligned} \right.$$

Es können aber auch ein oder zwei Paare reeller Lösungen vorhanden sein. Hierdurch werden die Fälle beliebiger aperiodisch gedämpfter Bewegungen erfaßt, welche, wie später gezeigt wird, bei



dieser Kopplungsart eine große Rolle spielen. Um die Einführung neuer Bezeichnungen hierfür zu vermeiden, sollen diese durch imaginäre Werte von  $\omega_1$  und  $\omega_2$  gegeben sein, so daß dann  $i \cdot \omega_1$  und  $i \cdot \omega_2$  reelle Zahlen darstellen. Die Form der in (4) aufgestellten Wurzeln bleibt somit in allen Fällen erhalten.

Unter diesen Voraussetzungen treten die Lösungen der Differentialgleichungen in folgenden drei Formulierungen auf:

( $\omega_1$  und  $\omega_2$  reell) Lösung durch zwei periodische Funktionen:

$$(5) \quad \begin{cases} x_1 = A_1 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + B_1 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \\ x_2 = A_2 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + B_2 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \end{cases}$$

( $\omega_1$  reell;  $\omega_2$  imaginär) Lösung durch eine periodische und eine aperiodische Funktion:

$$(6) \quad \begin{cases} x_1 = A_1 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + e^{-\delta_1 t} (c_1 e^{\omega_2 t} + c_2 e^{-\omega_2 t}) \\ x_2 = A_2 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + e^{-\delta_1 t} (c_3 e^{\omega_2 t} + c_4 e^{-\omega_2 t}), \end{cases}$$

( $\omega_1$  und  $\omega_2$  imaginär) Lösung durch zwei aperiodische Funktionen:

$$(7) \quad \begin{cases} x_1 = e^{-\delta_1 t} (C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{-\omega_1 t}) + e^{-\delta_1 t} (c_1 e^{\omega_2 t} + c_2 e^{-\omega_2 t}) \\ x_2 = e^{-\delta_1 t} (C_3 e^{\omega_1 t} + C_4 e^{-\omega_1 t}) + e^{-\delta_1 t} (c_3 e^{\omega_2 t} + c_4 e^{-\omega_2 t}). \end{cases}$$

### 3. Durchführung der Lösung für den Einzelfall bei beliebigen Ausgangswerten

Mit dem Hinschreiben der Formeln (5) bis (7) ist das Lösungsverfahren jedoch noch keineswegs abgeschlossen. Die neuen Frequenzen, Dämpfungen und Konstanten müssen noch als Funktionen der Ausgangswerte ermittelt werden. Unter diesen Voraussetzungen läßt sich eine Lösung in geschlossener Form nur noch in Sonderfällen oder unter Vernachlässigungen aufstellen.

Dieses Ziel bei ganz beliebigen Ausgangswerten zu erreichen, gelingt deswegen nicht, weil die zur Bestimmung der neuen Frequenzen  $\omega_1$ ;  $\omega_2$  sowie der Dämpfungen  $\delta_1$ ;  $\delta_2$  notwendige Auflösung der charakteristischen Gleichung vierten Grades nicht in einer einzigen, alle Fälle umfassenden Formel möglich ist.

Weiterhin lassen sich auch die Werte der Konstanten in (5) bis (7) nicht unmittelbar als Funktionen der gegebenen Werte bzw. der Lösungen der Gleichungen vierten Grades hinschreiben. Die Rechnung kann zwar für jeden beliebigen Ausgangswert<sup>1)</sup> bis zum Ziel durchgeführt werden; sie führt aber zu derartig langen Ausdrücken, daß auf eine Mitteilung hier verzichtet werden muß. Außerdem ist eine

1) Hierbei mußte jedoch, wie mir Herr Dr. Weise vom Math. Inst. in Jena zeigte, ein von dem bisher üblichen Verfahren verschiedener Lösungsweg eingeschlagen werden.

Kenntnis der Werte der Konstanten und der Phasenverschiebung in der Mehrzahl der Fälle nicht so wichtig wie die der neuen Frequenzen und Dämpfungen.

Das im folgenden näher ausgeführte allgemeine Berechnungsverfahren für die Kopplungs-Kreisfrequenzen und -Dämpfungen bei gegebenen beliebigen Ausgangswerten enthält den Vorteil, daß es auch auf die beiden anderen Kopplungen (unter entsprechender Veränderung der Parameter  $a, b, c$ ) bei ebenfalls beliebigen Ausgangswerten anwendbar ist.

In Anlehnung an von P. Drude<sup>1)</sup> eingeführte Abkürzungen und unter Verwendung der Gleichung vierten Grades mit den Wurzeln  $z_1, z_2, z_3, z_4$  in der Form:

$$(z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot (z - z_3) \cdot (z - z_4) = 0$$

ergeben sich durch Lösen der Klammern und Vergleich mit den Gl. (3) und (4) Kap. 2 die Beziehungen:

$$(8) \quad \omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\beta^2 = k_1^2 + k_2^2 - h_1^2 - h_2^2 - \frac{(h_1 - h_2)^2}{2} - 4h_1 h_2 \sigma^2 = a.$$

$$(9) \quad 2\beta(\omega_1^2 - \omega_2^2) = (h_2 - h_1)(k_1^2 - k_2^2 - h_1^2 + h_2^2) + 4(h_1 + h_2)h_1 \cdot h_2 \cdot \sigma^2 = b.$$

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} (\omega_1^2 + \beta^2)(\omega_2^2 + \beta^2) &= \left(\frac{h_1 - h_2}{2}\right)^4 + \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^2(k_1^2 + k_2^2 - h_1^2 - h_2^2) \\ &+ (k_1^2 - h_1^2)(k_2^2 - h_2^2) - h_1 h_2 (h_1 + h_2)^2 \sigma^2 = c. \end{aligned} \right.$$

Da sich die rechten Seiten aus den jeweils gegebenen Größen zusammensetzen, werden diese mit den Parameterwerten  $a, b, c$  bezeichnet. Mit diesen drei Gleichungen sind schließlich die drei Unbekannten  $\omega_1, \omega_2, \beta$  und hieraus nach (4) auch  $\delta_1$  und  $\delta_2$  in allen Fällen bestimmbar.

Zu diesem Zweck zieht man von der ins Quadrat erhobenen Gl. (8) die mit 4 multiplizierte Gl. (10) ab. So erhält man:

$$(11) \quad (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 - 8\beta^2(\omega_1^2 + \omega_2^2) = a^2 - 4c.$$

Außerdem ist:

$$(12) \quad b^2 = 4\beta^2(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2$$

$$(13) \quad a + 2\beta^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{b^2}{2} = [(\omega_1^2 + \omega_2^2) - a] \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2.$$

Setzt man

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = x; \quad \omega_1^2 - \omega_2^2 = y,$$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. S. 534. 1904.

so ist:

$$(14) \quad \frac{b^2}{2} = y^2(x - a)$$

und

$$a^2 - 4c = y^2 - \frac{2b^2x}{y^2}.$$

Die Auflösung dieser beiden Gleichungen führt z. B. für  $x$  auf eine Gleichung dritten Grades, und zwar:

$$x^3 - 2ax^2 + \left(\frac{5}{4}a^2 - c\right) \cdot x + a \cdot c - \frac{1}{4}a^3 - \frac{b^2}{8} = 0.$$

Mit  $x = u + \frac{2a}{3}$  erhält sie die Form:

$$u^3 - \left(c + \frac{a^2}{12}\right) \cdot u + \left(\frac{1}{3}ac - \frac{b^2}{8} - \frac{a^3}{108}\right) = 0.$$

Falls für die Koeffizienten  $p$  und  $q$  eingesetzt werden:

$$u^3 + p \cdot u + q = 0.$$

Die Lösung läßt sich von hier ab nicht mehr allgemein weiterführen, da diese für den Fall, daß  $\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$  positiv ist, durch die Cardanische Formel, falls diese Größe negativ ist, nur durch trigonometrische Rechnung gefunden werden kann.

Mit Hilfe von (14) und (8) findet man dann unmittelbar auch  $y$  und  $\beta$ . Somit wären alle vier gesuchten Werte  $\omega_1, \omega_2, \delta_1, \delta_2$  bestimmt. Ohne die vorhergehende Berechnung von  $x$  und  $y$  läßt sich  $\beta$  ebenfalls direkt aus einer Gleichung dritten Grades ermitteln, (12) und (13) in (10) eingesetzt ergeben:

$$a^2 - 4c = \frac{b^2}{4\beta^2} - 8\beta^2a - 16\beta^4.$$

Durch Umformung erhält man:

$$\beta^6 + \frac{a}{2} \cdot \beta^4 + \frac{a^2 - 4c}{16} \cdot \beta^2 - \frac{b^2}{64} = 0,$$

woraus sich  $\beta^2$  immer berechnen läßt.

Aus dem Vorzeichen von  $\beta^4$  und dem der Konstanten  $b^2/64$  der letzten Gleichung schließt man, daß immer nur eine Wurzel  $\beta^2$  reell und zugleich positiv sein kann. Womit die beiden Werte  $\pm \beta$  eindeutig bestimmt sind.

Man erhält sie durch Einsetzen von  $\beta^2 = z - \frac{a}{6}$ . Dann wird aus der letzten Gleichung:

$$z^3 - \left(\frac{a^2}{48} + \frac{c}{4}\right) \cdot z - \frac{a^3}{864} + \frac{a \cdot c}{24} - \frac{b^2}{64} = 0.$$

Nach diesem Schema lassen sich somit in jedem beliebigen Fall die gesuchten Kopplungswerte feststellen.

## 4. Durchführung der Lösung für einen Sonderfall

Unter der Voraussetzung, daß die Frequenzen und die Dämpfungen der Einzelsysteme einander gleich sind ( $k_1 = k_2 = k$ ) und ( $h_1 = h_2 = h$ ) führt bereits der etwas einfachere Lösungsansatz zum Ziel, in dem vorausgesetzt ist, daß  $\varphi_1 = \varphi_1'$  und  $\varphi_2 = \varphi_2'$ . Die charakteristische Gleichung läßt hier vier allgemeine Lösungen zu<sup>1)</sup>. Mit diesen ergeben sich die gesuchten Frequenzen und Dämpfungen direkt als Funktionen des Kopplungsfaktors:

$$(15) \quad \omega_1 = \sqrt{k^2 - h^2(1 - \sigma)^2}; \quad \delta_1 = h(1 - \sigma),$$

$$(16) \quad \omega_2 = \sqrt{k^2 - h^2(1 + \sigma)^2}; \quad \delta_2 = h(1 + \sigma).$$

Wenn man beachtet, daß hier für das Verhältnis der Amplituden die Beziehungen  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{h \cdot \sigma_1}{\delta_1 - h}$  und  $\frac{B_1}{B_2} = \frac{h \cdot \sigma_1}{\delta_2 - h}$  bestehen und die vier letzten dann noch unbekannten Konstanten [im Fall (6) z. B.  $A_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ] sich erst durch Festlegung der willkürlichen Anfangsbedingungen ergeben, so ist der Bewegungsvorgang in allen Einzelheiten festgelegt. Denn es ist auch:  $\frac{c_1}{c_2} = \frac{c_2}{c_4} = \frac{h \cdot \sigma_1}{\delta_2 - h} = \frac{B_1}{B_2}$ .

Dem im folgenden durchgeführten Beispiel entsprechend lauten diese Anfangsbedingungen:

$$t = 0; \quad x_1 = 0; \quad \frac{dx_1}{dt} = 0,$$

$$t = 0; \quad x_2 = -\alpha_0; \quad \frac{dx_2}{dt} = 0.$$

Sie besagen: Das Instrument II wird gegen einen Anschlag ( $-\alpha_0$ ) außerhalb der Nullpunktsstellung gelegt und, nachdem sich das Instrument I beruhigt hat ( $x_1 = 0; \frac{dx_1}{dt} = 0$ ), freigelassen.

Die mathematische Formulierung dieses Bewegungsvorganges lautet dann:

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\alpha_0}{2} \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \left[ \frac{1}{\sin \varphi_1} \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{2\omega_2} e^{-\delta_1 t} ([\delta_2 - \omega_2] e^{-\omega_2 t} - [\delta_2 + \omega_2] e^{+\omega_2 t}) \right] \\ x_2 = -\frac{\alpha_0}{2} \left[ \frac{1}{\sin \varphi_1} \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{2\omega_2} \cdot e^{-\delta_1 t} ([\delta_2 - \omega_2] e^{-\omega_2 t} - [\delta_2 + \omega_2] e^{+\omega_2 t}) \right]. \end{array} \right.$$

Der besseren Übersicht wegen sind für  $\omega_1$  und  $\omega_2$ ;  $\delta_1$  und  $\delta_2$  die Formelwerte (15) und (16) nicht eingesetzt; außerdem ist der Aus-

1) G. Schmerwitz, Ztschr. f. Geophysik 12. S. 206—220. 1936.

druck  $\varphi_1 = \arctg \frac{\omega_1}{\delta_1}$  für die Phasenverschiebung beibehalten.  $K_1$  und  $K_2$  sind die Trägheitsmomente der beiden Systeme.

In analoger Weise lassen sich auch die beiden anderen Fälle (zwei periodische oder zwei aperiodische Lösungen) in ihrer endgültigen Form aufstellen. Der Einfluß des Kopplungsfaktors ist nicht unmittelbar zu erkennen, da er in den erwähnten Abkürzungswerten steckt!

Dieser ist durch die Dämpfungskonstanten<sup>1)</sup> festgelegt. Wenn  $a_0, b_0$  die Dämpfungskonstanten der freien Systeme und  $a, b$  die hinzukommenden Dämpfungsanteile des jeweils äußeren Stromkreises eines arretierten Systems auf das andere schwingende System bezeichnen, so lautet der Kopplungsfaktor:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(a_0 \cdot b_0)}{(a_0 + a) \cdot (b_0 + b)}};$$

ein Wert, der niemals größer als 1 sein kann.

#### 5. Vergleich der Theorie mit dem Experiment

Die Versuche wurden mit der in letzter Zeit sehr verbreiteten Anordnung zur galvanometrischen Registrierung von Seismometerbewegungen ausgeführt. Der Grundgedanke dieser von B. Galitzin<sup>2)</sup>

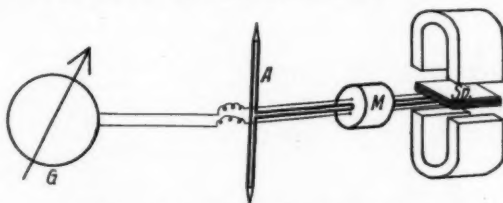


Abb. 1. Dämpfungsgekoppeltes System.  
Galvanometer mit Seismometer. Halbschematisch dargestellt

eingeführten Methode, die sehr starke Vergrößerungen zuläßt, ist folgender: Die (hier horizontal bewegliche) Masse  $M$  des dem System II entsprechenden Seismometers (Abb. 1) ist mit einer oder mehreren Induktionsspulen  $Sp$  starr verbunden. Diese bewegen sich in dem Feld eines kräftigen feststehenden Permanentmagneten. Die hierdurch induzierten Ströme werden aus dem beweglichen System herausgeleitet und einem entfernt aufgestellten Galvanometer (System I) zugeführt. Hier können dann bei photographischer Registrierung

1) Vgl. Ztschr. f. Geophys. S. 211 unter der Einschränkung S. 218.

2) B. Galitzin, Vorlesungen über Seismometrie. Teubner, Leipzig 1914, S. 222–226 u. S. 285–379.

des Spiegelausschlages noch sehr geringe Bodenbewegungen aufgezeichnet werden.

Man kann ein Seismometer dieser Art auch als ein (wegen seiner Empfindlichkeit gegenüber äußeren Störungen in Form von Translationsbewegungen sehr unvorteilhaft gebautes!) Galvanometer ansehen.

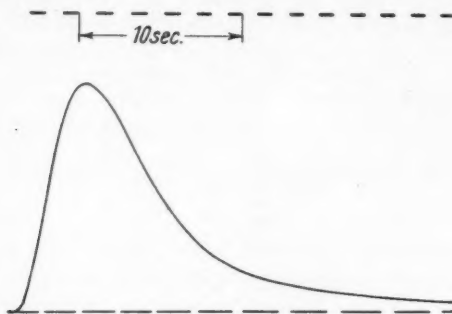


Abb. 2. Photographische Registrierung der Bewegung des kritisch gedämpften Galvanometers bei *geringer* Kopplung mit dem gleichfalls kritisch gedämpften Seismometer, bei gleichen Grundschwingungen

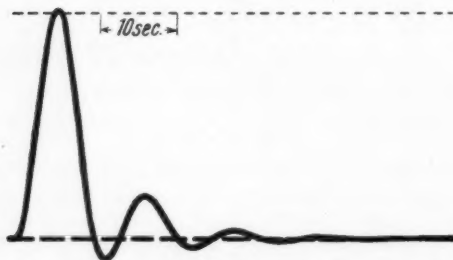


Abb. 3. Die gleichen Systeme wie in 2 bei *mittlerer* Kopplung

Da beide Instrumente in dem gleichen Stromkreis liegen, tritt in jedem ein zusätzliches Drehmoment auf, das dem Strom d. h. der Geschwindigkeit des anderen Instrumentes proportional ist, was in den Ausgangsdifferentialgleichungen (1) und (2) auch ausgedrückt ist. Demzufolge gelten diese auch für jeden anderen elektrischen Stromkreis, in dem sich zwei Meßinstrumente vom Galvanometertypus z. B. Strom- und Spannungsmesser befinden. Bei stationären Vorgängen sind die hier entwickelten Vorgänge selbstverständlich ohne Belang.



Demgegenüber sind wegen der immer vorhandenen Dämpfungskopplung bei kurzzeitigen Messungen oder Registrierungen beträchtliche Störungen in der Deutung der Ergebnisse insbesondere dann zu erwarten, wenn der Kopplungsfaktor genügend groß und die Trägheitsmomente sehr verschieden sind.

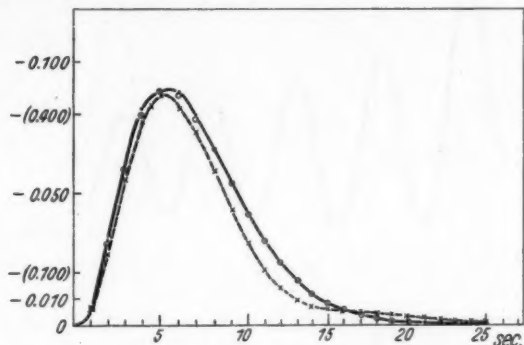


Abb. 4. Nach der Theorie berechneter Bewegungsverlauf des gekoppelten Galvanometers bei einem Kopplungsfaktor  $\sigma = 0,10$ . Kurve  $\cdots$ ;  $\sigma = 0,45$ . Kurve  $\times \cdots \times$ ; ohne Kopplung. Kurve  $\circ \circ \circ$

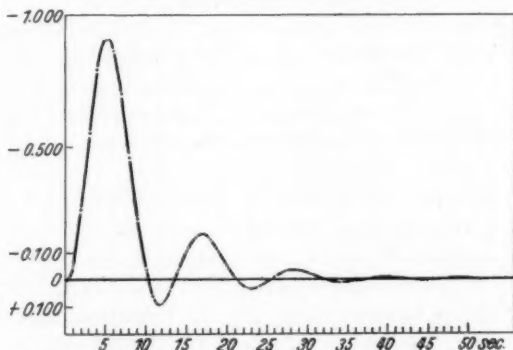


Abb. 5. Die gleichen Systeme wie in 4; jedoch für  $\sigma = 0,775$  berechnet

Bei den im folgenden durchgeführten Beispielen bietet das Seismometer an Stelle eines zweiten Galvanometers den Vorteil, daß seine „Galvanometerkonstanten“ in jeder gewünschten Richtung verändert werden können.

**Beispiel 1.** Durch passende Neigung der Achse des Seismometers wurde dieses auf die gleiche Periode wie das Galvanometer

gebracht ( $T_1 = T_2 = 11,1$  sec). Durch Wahl des Widerstandes der Spule und Veränderung des Magnetfeldes konnten die beiden Systeme

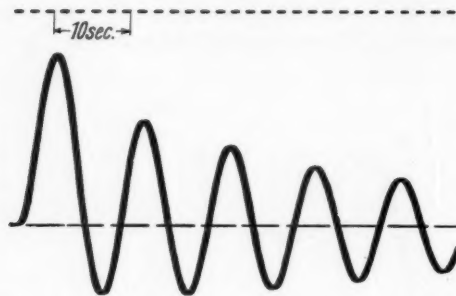


Abb. 6. Die gleichen Systeme wie in 2 und 3 bei starker Kopplung

genau aperiodisch-kritisch gedämpft werden. Hiermit sind die Bedingungen, unter denen die strenge Ableitung durchgeführt worden ist, erfüllt. An der Registrierung Abb. 2, welche die Bewegung des Galvanometers wiedergibt, erkennt man die aperiodische Einstellung unmittelbar. Dieser Verlauf entspricht den berechneten Kurven Abb. 4, die einmal unter der Voraussetzung erhalten wurden, daß der Kopplungsfaktor klein ist und zum anderen, daß überhaupt keine Rückwirkung des Galvanometers auf das Seismometer auftritt,  $\sigma$  also Null ist. Bei Übergang zu stärkerer Kopplung  $\sigma = 0,45$  bzw.  $\sigma = 0,77$  zeigt sich erst, daß der Vorgang nur durch die strenge Kopplungsableitung richtig erfaßt und wiedergegeben wird.

Bei sehr starker Kopplung  $\sigma = 0,77$  und  $\sigma = 0,97$  (Abb. 5 und 7) tritt die eine Teilschwingung nahezu ungedämpft bei unveränderter Schwingungsdauer auf. Zu diesem Ergebnis führte bereits die theoretische Ableitung, die gemäß Formel (15) und (16) nach Abzug der Dämpfungskorrektur für beide Teilschwingungen die mit der Ausgangsschwingung gleiche Grundschwingungsdauer forderte. Für den zweiten Schwingungsanteil läßt sich auch noch einigermaßen erkennen, daß dieser etwa kritisch gedämpft ist. Mit der Verstärkung des ersten und der Schwächung des zweiten Schwingungsausschlages ist sein Einfluß auf den Bewegungsvorgang bereits erschöpft.

Die Übereinstimmung der punktwise berechneten und experimentell ermittelten Kurven zeigt jedoch deutlich, daß die Bewegung aus zwei Schwingungen gleicher Grundfrequenz von 11,1 sec besteht. Von diesen ist eine überkritisch gedämpft und nach ein bis zwei

Schwingungen nicht mehr merklich vorhanden; während die andere, weniger gedämpfte Schwingung mit zunehmender Kopplung immer stärker und länger in Erscheinung tritt. Mit dieser Anordnung

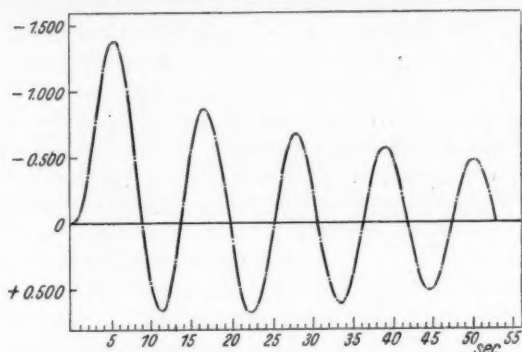


Abb. 7. Die gleichen Systeme wie in 4 und 5; jedoch für  $\sigma = 0,97$  berechnet

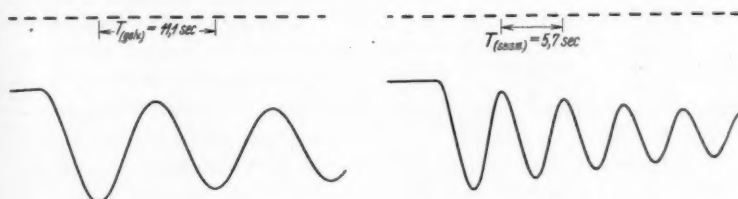


Abb. 8. Abb. 9.  
Verschiedene Eigenschwingung der Einzelsysteme

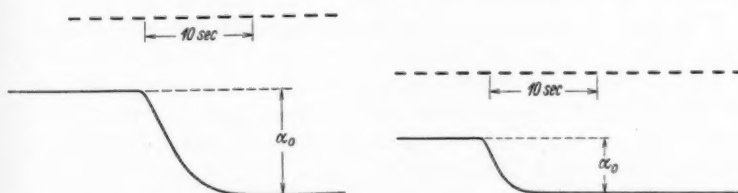


Abb. 10. Abb. 11.

Aperiodische Dämpfung jedes Systems  
durch den äußeren Widerstand des anderen, jeweils arretierten Systems

lassen sich also aus zwei aperiodisch gedämpften Teilschwingungen durch enge Kopplung nahezu ungedämpfte Schwingungen erzeugen!

Diese Erzeugung hängt jedoch von den Anfangsbedingungen ab! Wählt man bei gleichgestimmten Systemen die Ausgangslage beider

mit gleichem bzw. entgegengesetzt gleichem Ausschlag  $\alpha_0$ , so erhält man entweder eine reine Sinusschwingung oder eine rein aperiodische Bewegung. Die allgemeine Rechnung liefert, dem ersten Fall entsprechend, die beiden Koeffizienten des Exponentialteils gleich Null, in dem anderen den des Schwingungsanteils gleich Null. Diese Betrachtung gilt auch noch bei ungleichen Trägheitsmomenten.

*Beispiel 2.* Um zu zeigen, in welcher Richtung verschieden große Ausgangsfrequenzen durch diese Koppelung verändert werden, wurde die Schwingungsdauer von System II auf 5,7 sec (nahezu die Hälfte der des Galvanometers  $T = 11,1$  sec) eingestellt. Die

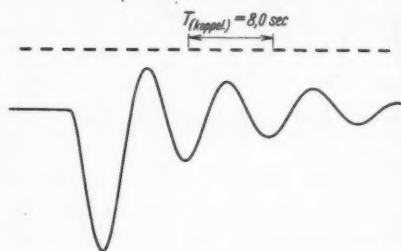


Abb. 12. Gekoppelte Schwingung der nach 8 bis 11 eingestellten Instrumente (Vom Verlag umgezeichnete photographische Registrierungen)

Dämpfungen wurden wiederum kritisch-aperiodisch gewählt. Abb. 8 und 9 sind Registrierungen der freien Eigenschwingungen der ungekoppelten Systeme, bei der von der Luftreibung herrührenden geringen Restdämpfung. Wie Abb. 10 und 11 zeigen, wurden dann beide Systeme durch entsprechende Wahl der wechselseitigen äußeren Widerstände kritisch gedämpft. Die letzte

Abb. 12 gibt schließlich die Aufzeichnung der Bewegung des Systems I bei einer sehr engen Kopplung wieder.

Ähnlich wie im ersten Beispiel gehen auch hier die ursprünglich gleichen kritischen Dämpfungen auseinander, wobei für die eine Teil-schwingung eine zwischen den Ausgangswerten liegende Periode von 8,0 sec bei einem Dämpfungsverhältnis von 1,40:1 deutlich erkennbar auftritt. Für die andere Komponente lassen sich unmittelbar aus der Kurve zwar keine näheren Angaben entnehmen, jedoch ist am Beginn der Bewegung zu erkennen, das noch irgendein aperiodischer Anteil überlagert ist.

Zum Vergleich mit der Theorie wurden nach dem in Kap. 4 mitgeteilten Verfahren mit den Ausgangswerten  $T_1 = 11,1$  sec,  $T_2 = 5,7$  sec,  $h_1 = 0,565$ ,  $h_2 = 1,10$  und  $\sigma = 0,97$  zunächst die Parameterwerte bestimmt:

$$a = -2,463, \quad b = +3,895, \quad c = -1,620.$$

Mit diesen Werten wurde die Gleichung dritten Grades aufgestellt und gelöst, womit  $x$  und  $y$  bekannt waren.

Es ergab sich

aus der Rechnung:

$$T_1 = 7,97 \text{ sec,}$$

$$a_n : a_{n+1} = 1,32 : 1.$$

$$T_2 = 8,10 \text{ sec,}$$

$$a_n : a_{n+1} = \text{überkritisch.}$$

aus der Registrierung:

$$T_1 = 8,0 \text{ sec,}$$

$$a_n : a_{n+1} = 1,40 : 1.$$

$$\left. \begin{array}{l} T_2 \\ a_n : a_{n+1} \end{array} \right\} \text{Nicht genau meßbar.}$$

Die Registrierungen bestätigen somit das Eigenartige dieser in den Ergebnissen der Theorie enthaltenen Aussagen. Gleiche Ausgangsfrequenzen bleiben selbst bei stärkster Kopplung unverändert, während verschieden große Frequenzen an einen gemeinsamen Zwischenwert herangerückt werden.

Da die Feststellung, daß sich die Dämpfungskopplung zu den Erscheinungen der Kraft- und Beschleunigungskopplung entgegengesetzt verhält, nicht, wie hier bereits dargelegt, für beliebige Fälle erweitert werden kann, wurden zahlreiche Berechnungen für Sonderfälle der Dämpfungskopplung ausgeführt. Diese ergaben, daß die Frequenzen immer, wie auch hier in dem letzten Beispiel, einander genähert werden. Die Dämpfungskonstanten jedoch zeigten in wenigen Fällen eine Ausnahme, indem sie bei kleineren Kopplungswerten zunächst zusammen und erst bei zunehmender Kopplung unter Überschreitung eines singulären Punktes auseinander gingen. Ob eine entsprechende Abweichung auch bei den anderen Kopplungsarten auftreten kann, bleibt noch zur Entscheidung für weitere Untersuchungen offen.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung, April 1937.

(Eingegangen 16. Juni 1937)

## **Über Zementphosphore**

**Von M. Travniček**

(Mitteilungen aus dem Physikalischen Institut der Universität Graz Nr. 97)

(Mit 5 Abbildungen)

### § 1.

In einer früheren Arbeit des Verf.<sup>1)</sup> wurden die Bedingungen festgelegt, unter welchen eine phosphoreszenzfähige Einlagerung organischer Leuchtstoffe in wasserhaltigen anorganischen Grundmaterialien erfolgen kann. Gleichzeitig damit war ein allgemein gangbarer Weg zur Herstellung organischer Phosphore gegeben. — Die als „Zementation“ bekannte chemische Reaktion entspricht gleichfalls allen diesen Bedingungen. In der folgenden Arbeit werden deshalb diese Vorgänge zur Prüfung unserer Voraussetzungen und zur Herstellung hochaktiver Phosphore benützt. Dies schien um so wünschenswerter, da die große Zahl der in letzter Zeit erschienenen Arbeiten über Fluoreszenz und Phosphoreszenz ein steigendes Interesse für das Verhalten organischer Leuchtstoffe in verschiedenen Grundmaterialien erkennen ließ und jede neue Erfahrungstatsache auf diesem Gebiete einen Beitrag zur weiteren Klärung des Problems über das Zustandekommen der Phosphoreszenz und über den Mechanismus des Phosphoreszenzvorganges liefert.

Die bisher bekannten organischen Phosphore zeigen gegenüber den anorganischen gewisse Eigenheiten. Während bei letzteren stundenlanges Nachleuchten nicht ungewöhnlich ist, konnte bei ersteren das Abklingen im günstigsten Falle bis jetzt nur etwa 2 Min. lang verfolgt werden. Auch die so auffallende Erscheinung der „Lichtenergie-Aufspeicherung“ bei tiefen Temperaturen und Abgabe derselben unter hellem Aufleuchten bei raschem Erhitzen war an organischen Phosphoren nur vereinzelt unter extremen Bedingungen — und da auch nur zumeist als schwer beobachtbares kurz

---

1) M. Travniček, *Ann. d. Phys.* [5] 17. S. 654. 1933.



dauerndes Aufblitzen — zu erkennen<sup>1)</sup>. Mit den Zementphosphoren ist es zum erstenmal gelungen, die Leuchtdauer auch mit organischen Leuchtstoffen auf Stunden zu erhöhen und das erwähnte Aufleuchten sehr hell zu erhalten. Die Dauer des Nachleuchtens bzw. das langsame Abklingen der einzelnen Banden ist das allgemein Charakteristische und Wesentliche beim Phosphoreszenzvorgang. Der Grund, warum diese Vorgänge zeitlich so verschiedenartig ablaufen, ist uns noch völlig verborgen.

Die im folgenden beschriebenen Zementphosphore liefern weitere Daten dafür, wie sich die chemische Beschaffenheit des Materials auf die Art und Dauer der Lumineszenz auswirkt.

## § 2.

Unter Zementen (Wassermörtel) versteht man im allgemeinen jene durch Brennen geeigneter Rohstoffe und folgender Mahlung erhaltenen Fabrikate, welchen die Fähigkeit zukommt, beim Wasserzusatz (auch unter Wasser) zu erhärten. Die Zusammensetzung der Zemente kann sehr verschieden sein. Für die hier beschriebenen Präparate wurde der Name „Zementphosphore“ gewählt, weil die meisten und besten derselben sich vornehmlich aus den Bestandteilen der sogenannten Sorelzemente zusammensetzen — das sind Mörtel aus  $MgO$ ,  $ZnO$  oder  $BeO$ <sup>2)</sup> mit Lösungen der Chloride, Nitrate oder Sulfate dieser Basen.

Alle bei dem Erhärtungsverlauf der Zemente einsetzenden Erscheinungen (Erwärmen, Viskositäts- und Festigkeitsänderungen usw.) gelangen auch während der Phosphorpräparation zur Beobachtung<sup>3)</sup>.

1) Ein plötzliches Aufblitzen nach raschem Erwärmen der bei tiefer Temperatur fast abgeklungenen Kautskyphosphore beobachtete A. Jablonski (Ztschr. f. Phys. 94. S. 38. 1935). Auch Xylol, bei  $-259^{\circ}$  erregt, zeigen in diesem Falle Aufleuchten für wenige Sekunden (A. Kronenberger, Ztschr. f. Phys. 63. S. 494. 1930), ebenso das mit Röntgenlicht bei tiefer Temperatur erregte und rasch erhitzte  $\alpha, \alpha'$ -Diphenylpyridin (Edith Weyde, Ztschr. f. wiss. Photogr. 34. S. 216. 1935).

2) Das sind alles Oxyde, deren Hydratsalze beim Entwässern zum Teil hydrolytisch gespalten werden und dadurch besonders zur Lockerstellenbildung Anlaß geben.

3) Der Vorgang beim Abbinden und Erhärten der Zemente erweist sich als eine typische Kolloidreaktion. Ihr Verlauf ist in kurzem folgender: Beim Vermengen der beiden Bestandteile Metalloxyd-Salzlösung findet durch Peptisation und Temperaturerhöhung ein Teilchenzerfall unter Hydrogelbildung statt. Die hierfür notwendige elektrische Aufladung erhält das Metalloxyd durch die chemische Einwirkung des Wassers, bzw. durch Ionenabsorption aus der entsprechenden Salzlösung. Bei Zimmertemperatur setzt kurze Zeit nachher eine weitere Exothermreaktion ein, welche durch die Koagulation des

Bei der Zementation tritt folgendes ein: 1. zu Beginn der Reaktion findet eine teilweise Verflüssigung des Materials statt; 2. das vorhandene Wasser wird hernach von den Zementbestandteilen gebunden und dabei setzt 3. eine allmählich eintretende Viskositätsänderung ein, die nach einiger Zeit zur Verfestigung der Zementmörtel führt. Unter diesen Umständen wird nach den Erfahrungen an Aluminiumsulfathydratphosphoren bei Zugesehensein eines geeigneten Farbstoffes dieser zur phosphoreszenzfähigen Einlagerung kommen. Natürlich müssen die einzelnen Bestandteile für das erregende Licht durchlässig sein.

### § 3. Darstellung und Zusammensetzung

Zur Darstellung der Zementphosphore verwendet man am besten feinst zerteilte, frisch geglühte Oxyde des Mg, Ca, Zn oder Be, welche mit konzentrierten wäßrigen Lösungen der Halogenide, Sulfate, Nitrate, Phosphate, Formiate usw. dieser Basen oder auch anderer leicht löslicher Salze in einer Achatreibschale mit entsprechend geringen Mengen der Leuchtstofflösung zu verreiben sind. Dabei ist zu beachten, daß die benützte Flüssigkeitsmenge (Wasser, Alkohol usw.) für die Intensität und Dauer der Phosphoreszenz durchaus nicht gleichgültig ist. Es verdunstet zwar der Überschuß der nicht chemisch gebundenen Flüssigkeit unter den Herstellungsbedingungen, aber bei Benützung eines zu großen Flüssigkeitsquantums wird dadurch das Volumen und die Struktur des Präparates ungünstig beeinflußt. Am passendsten ist es, nur so viel Wasser zu verwenden, daß das Gemenge eine teigartige Beschaffenheit annimmt und noch eine gute Durchmischung zuläßt. Die geringe Menge Flüssigkeit erschwert zwar das Vermischen, der Phosphor wird aber dichter, es erfolgt ein Zusammendrängen der sich bildenden Phosphorzentren auf engerem Raume, was natürlich eine größere Flächenhelligkeit der erregten Präparate zur Folge hat.

Unter Erwärmen vollzieht sich nun, je nach der chemischen Beschaffenheit der Bestandteile und sonstigen Umstände (Temperatur, Korngröße, thermische Vorbehandlung der Oxyde usw.) mehr oder minder rasch die Zementation, wobei die Substanz allmählich phosphoreszenzfähig wird. Rascher kommt man zum Ziele und erhält im allgemeinen auch bedeutend bessere Phosphore durch langsames

---

Hydrogels bewirkt wird. Zeitlich fällt damit ein Steigen der Viskosität des Mörtelkuchens und dessen Festigkeitsentwicklung zusammen. Bei Temperaturen über 50° C fallen beide Reaktionen so rasch aufeinander, daß die zweistufige Temperaturerhöhung nicht mehr getrennt zu verfolgen ist. Die weiteren Reaktionen im erhärteten Mörtel sind bisher noch unbekannt.

Erhitzen des Gemenges im Luftbad, und zwar am besten in bedeckten Schälchen oder flachen Tiegeln. Es muß dabei vor allem darauf gesehen werden, unter der Zersetzungstemperatur bzw. dem Siedepunkt des Leuchtstoffes zu bleiben. Mit flüchtigen Leuchtstoffen, z. B. Phenanthren, Hydrochinon, Carbazol, Naphthalin, erreicht man hierbei beste Phosphoreszenz<sup>1)</sup>, bei Verwendung nichtflüchtiger Aktivatoren (Uranin, Äskulin usw.) ist es zweckmäßig, um in allen Teilen gleichmäßig nachleuchtende Präparate zu erzielen, das bei etwa 80° vorerst erhärtete Gemenge zu zerkleinern (schaben oder zerreiben) und in diesem Zustande auf offenen Schalen ausgebreitet, wie angegeben, weiter zu erhitzen. Es scheinen sich nämlich — nach vielfachen Beobachtungen — in diesem Falle die Phosphorzentren an der Oberfläche besser auszubilden als im Innern der kompakten Stücke.

Als Zementphosphore sollen hier im weiteren Sinne auch jene, zumeist nur schwach nachleuchtende Präparate angesprochen werden, die ohne Beigabe eines Salzes sich auf ähnliche Weise darstellen lassen, den Farbstoff also nur im Oxyd-Hydroxyd-Gemisch eingelagert enthalten. Solche Phosphore würden demnach den Lenardschen „Nursulfidphosphoren“ entsprechen<sup>2)</sup>, die Salzbeigabe, natürlich in wäbriger Lösung, dem „schmelzbaren Zusatz“. Zur Bezeichnung der Zementphosphore wird das Oxyd der Grundsubstanz, der Zusatz (bzw. nur das Anion desselben, wenn das Kation mit dem Metalle der Grundsubstanz übereinstimmt) und der Leuchtstoff nebeneinander geschrieben; so bedeutet z. B.  $\text{MgOCl-Uranin}$  einen Phosphor, bestehend aus  $\text{MgO}$ ,  $\text{MgCl}_2$  und Uranin +  $x\text{H}_2\text{O}$  — ein gewisser Wassergehalt muß ja als wesentlicher Bestandteil in jedem „Zement“ naturgemäß enthalten sein.

#### § 4.

Im Verlaufe der Untersuchung hat sich als eine der günstigsten Grundsubstanzen  $\text{MgO}$  und als wirksamster Zusatz  $\text{MgCl}_2$  erwiesen, weshalb in dieser Arbeit fast nur  $\text{MgOCl}$ -Phosphore untersucht wurden. Um einen Anhalt zu bekommen, in was für eine Hydratform das  $\text{MgCl}_2$  im Phosphor vorliegen dürfte und um die Phosphoreszenzintensität mit der Menge der Salzbeigabe in Zusammen-

1) Entgegen den Erfahrungen bei den Aluminiumsulfathydrat-Phosphoren entstehen Zementphosphore auch dann, wenn die Grundsubstanz während des Entwässerns der Einwirkung des dampfförmigen Leuchtstoffes ausgesetzt wird. Die so gebildeten Phosphore zeigen allerdings ein „fleckiges“ Nachleuchten, jedenfalls davon herrührend, daß die Diffusionsmöglichkeit während des Entwässerns nicht an allen Stellen gleichmäßig sein dürfte.

2) F. Bandow, Ann. d. Phys. [5] 17. S. 668. 1933.

hang zu bringen, wurde eine Serie  $\text{MgOCl-Uraninphosphore}$  mit dem relativ sehr hohen Uraningehalt von 0,2 mg auf 1 g  $\text{MgO}$  hergestellt. Es wurde dabei in diesem Falle zur Präparation immer etwa doppelt soviel Wasser verwendet, als oben angegeben und die Temperatur während 25 Min. langsam auf  $140^\circ \text{C}$  erhöht. — Die zerdrückten und durch Sieben auf möglichst gleiche Korngröße<sup>1)</sup> gebrachten Phosphore wurden in flache Glasröhrchen gefüllt und diese Präparate nach Erregung unter gleichen Bedingungen auf Helligkeit und Färbung hin im Nachleuchten miteinander verglichen. Es ergab sich anfänglich mit wachsender Zusatzmenge ein sehr schnelles Ansteigen der Intensität (Tab. 1) bis zu einem Maximum, welches dann über einem weiten Bereiche so gut wie konstant erhalten blieb und erst bei noch größerem Salzgehalt langsam abnahm — also eine ähnliche Erscheinung, die auch an Erdalkalisulfidphosphoren bei steigender Zusatzmenge zu beobachten ist. Der Grund zur Farb-

Tabelle 1

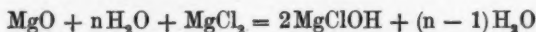
Nr.	$\text{MgCl}_2$ <sup>2)</sup> g	$\text{MgO}$	Uranin mg	Glühverlust %	Anmerkung
1	0,00	1,0	0,2	30,8	Die Intensität der Phosphoreszenz nimmt in der Pfeilrichtung rasch zu, die Nachleuchtdauer wird kaum merkbar verändert.
2	0,07	1,0	0,2	32,6	
3	0,08	1,0	0,2	32,8	
4	0,11	1,0	0,2	34,4	
5	0,12	1,0	0,2	34,8	Keine Änderung der Intensität und Dauer des goldgelben Nachleuchtens.
6	0,14	1,0	0,2	35,3	
7	0,22	1,0	0,2	36,9	
8	0,23	1,0	0,2	37,1	
9	0,36	1,0	0,2	39,9	
10	0,57	1,0	0,2	44,3	
11	0,72	1,0	0,2	46,4	Intensität und Dauer nehmen in der Richtung des Pfeiles langsam ab. Die Farbe der Phosphoreszenz wird mehr grünlich.
12	0,86	1,0	0,2	48,1	
13	1,00	1,0	0,2	49,0	
14	1,15	1,0	0,2	50,2	
15	1,43	1,0	0,2	52,9	
16	2,00	1,0	0,2	55,4	
17	2,33	1,0	0,2	56,1	

1) M. Travniček, Ann. d. Phys. [5] 17. S. 668. 1933.

2) Kristallisiertes  $\text{MgCl}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$  mit etwas Fluoreszeinlösung gemengt und im geschlossenen Glasrohr geschmolzen, zeigt keine Phosphoreszenz, nur Fluoreszenz im UV-Licht. Findet dagegen das Schmelzen in einer offenen Schale statt, so wird mit der Zersetzung des Salzes bzw. mit dem teilweisen Entweichen von  $\text{H}_2\text{O}$  und  $\text{HCl}$  das Präparat zum Phosphor. Also auch hier entstehen Phosphorzentren nur nach Austritt des  $\text{H}_2\text{O}$  und  $\text{HCl}$  bei Gegenwart des molekulardispersen Leuchtstoffes. — Vorgebildetes  $\text{MgClOH}$  ist als Grundmaterial nicht brauchbar.

nuanceänderung ist allein in der geänderten Leuchtstoffkonzentration gelegen (Eigenabsorption). Es wurde auch der Wassergehalt dieser Phosphore durch Glühverlustbestimmungen festgestellt. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 angeführt und in Abb. 1 veranschaulicht. Hier findet man die Gewichtsmengen des zur Präparation verwendeten  $MgCl_2$  in Gramm — immer bezogen auf 1 g  $MgO$  — als Ordinaten, als Abszissen den Gewichtsverlust, ausgedrückt in Prozenten des eingewogenen Phosphors, aufgetragen.

Unter der plausiblen Annahme, daß bei der Herstellungstemperatur alles vorhandene  $MgCl_2$  in Gegenwart des überschüssigen Wassers und  $MgO$  sich zu  $MgOHCl$ , das  $MgO$  zu  $Mg(OH)_2$  umsetzt und das restliche freie Wasser entweicht, läßt sich die Zusammensetzung der Präparate annähernd ermitteln. Die Kurven I—IV in Abb. 1 sind nach der Formel



errechnet. Wie man sieht, liegen alle Punkte der Kurve III am nächsten, welcher die Formel  $MgO + 3H_2O + MgCl_2 = 2MgClOH + 2H_2O$  entspricht. Demnach bestünde der wirksame Zusatz in diesen  $MgOCl$ -Phosphoren<sup>1)</sup> aus einem Magnesiumoxydchloridhydrat mit 1 Mol. Konstitutionswasser.

1) Es wurden von einer großen Anzahl Phosphore die besten ausgewählt, von jedem mehrere Proben entnommen, die Glühverluste mit einer Mikrowaage nach Nernst bestimmt und gemittelt. Die Abweichungen sind leicht erklärlich und ergeben sich aus den Präparationsbedingungen. (Da die Geschwindigkeit der vollständigen Umsetzung des  $MgO$  mit  $H_2O$  zu  $Mg(OH)_2$  von der thermischen Vorbehandlung des  $MgO$  abhängt, diese aber schon wegen der verschiedenen Korngröße nicht so leicht gleichmäßig zu erzielen ist, bleibt, besonders bei wenig  $MgCl_2$ -Zusatz, ein Teil  $MgO$  unverändert im Phosphor eingeschlossen. Es zeigt sich ferner, daß die Präparate am Schalenrand eine etwas andere Zusammensetzung besitzen als in der Mitte, was davon herrühren mag, daß in dickeren Schichten im Innern das Wasser länger zurückgehalten wird als in den dünnen am Rande, bzw. an der Oberfläche.)

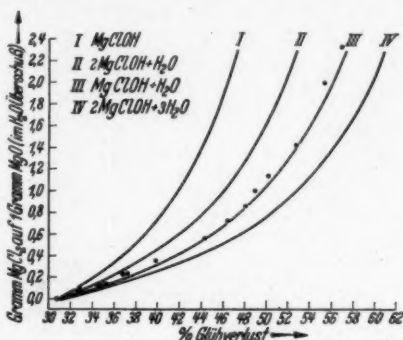


Abb. 1.  $MgClOH$   
mit verschiedenem Wassergehalt

## § 5. Beobachtungsverfahren

Zur Ausmessung der spektralen Verteilung des Phosphorlichtes wurde die gleiche Apparatur benützt, die bei der Untersuchung der Aluminiumsulfathydratphosphore Verwendung fand (Phosphoroskop, Spektroskop mit Rutherfordprisma und visuelle Beobachtung). Wie dort, war auch hier ein Beobachten während der Erregung im ultravioletten Lichte nicht tunlich, weil die zugleich miterregte Fluoreszenz<sup>1)</sup> zumeist eine andere spektrale Verteilung besitzt als die Phosphoreszenz und diese überlagert<sup>2)</sup>.

Zur Untersuchung der Erregungsverteilung wurde Sonnenlicht mittels eines Heliostaten durch ein Zeiss'sches Fernspektroskop geleitet und das entstandene Spektrum im verdunkelten Raume auf dem unter Glas flächenhaft ausgebreiteten Phosphor entworfen. Die Erregung geschah bei geschlossenen Augen. Eine Verschlusskappe gestattete rasches und vollständiges Abblenden des Sonnenlichtes, wonach die Stellen der maximalen Erregung mit einem Zeiger sofort fixiert wurden. Zur Ermittlung der erregenden Wellenlänge dienten bekannte schmale Absorptionsbanden von Didym- und passend gewählten Farbstofflösungen. — Da der Heliostat mit der Hand jeweils einreguliert werden mußte, darf auf die Genauigkeit der Wellenlängenbestimmung nicht besonderer Wert gelegt werden.

Die Angaben über die Nachleuchtdauer beziehen sich, wenn nicht besonders angegeben, auf Beobachtungen bei Zimmertemperatur. Hierbei wurde die Nachleuchtdauer vom Augenblick der beendeten Exposition mit Metronom oder Stoppuhr subjektiv bestimmt als Zeit, die bis zum Verschwinden der mit ausgeruhtem Auge wahrnehmbaren Phosphoreszenz verstreicht. Trotz der primitiven Methode ließen sich recht gut reproduzierbare Zahlenwerte gewinnen.

## § 6. Allgemeine Eigenschaften

Die Zementphosphore bestehen vornehmlich aus einem Gemenge der Hydroxyde und Oxyde der Ausgangsstoffe mit den entstandenen basischen Salzen und bilden harte, weiß oder zart gefärbte Körner,

1) Hier sei noch der große Unterschied zwischen Fluoreszenz- und Phosphoreszenzlicht eines Aluminiumsulfathydrat-Chininsulfat-Phosphors mitgeteilt. Dieses Präparat leuchtet im ultravioletten Licht hellblau, im Nachleuchten aber grün. Es scheinen dabei ähnliche Verhältnisse vorzuliegen, wie solche durch die Arbeiten von P. Pringsheim und S. J. Wawilow (Ztschr. f. Phys. 37. S. 709. 1926) an Äsculin-Zuckerphosphoren, bzw. den mit Äsculin aktivierten gelatinösen Lösungen bekannt wurden.

2) Die gegebenen Zahlen bestimmen die Position der Streifen nur annähernd, sie reichen aber aus zur Vergleichung der Gruppierung verschiedener Spektren miteinander.



die in verschlossenen Gefäßen sowie unter Wasser, welches die Salzzusätze gelöst in hinreichenden Mengen enthält, unbegrenzt haltbar sind. Pulverisieren setzt die Intensität der Phosphoreszenz herab. Dabei handelt es sich um eine Schwächung der Emission infolge einer Erschwerung der Ein- und Ausstrahlung durch die entstandenen größeren Unebenheiten und vermehrten Reflexionen. Wird nämlich das Pulver mit einer passend gewählten indifferenten Flüssigkeit durchtränkt, so erhält die Substanz die ursprüngliche Erregbarkeit wieder. Druckzerstörungen, wie bei den Sulfidphosphoren, konnten nicht beobachtet werden.

Phosphore, deren Emission einen großen Teil des sichtbaren Spektrums einnimmt, leuchten in anderer Farbe nach, wenn nur mit längeren Wellen erregt wird als mit solchen des Erregungsmaximums (Wahrung der Stokesschen Regel!). So leuchtet z. B. ein  $\text{MgOCl}$ -Carbazol-Phosphor im ersteren Falle grünlich, sonst blau.

Bei manchen Präparaten treten, je nach der Erregungsart, verschiedene Spektren auf: mit langwelligem (Tages-) Licht erregt, eine breite, kontinuierliche Bande, mit kurzwelligem (Hg-) Licht diskontinuierliche Spektren, die besonders bei tiefer Temperatur deutlich hervortreten. Ob es sich hierbei um Bandengruppen mit verschiedener Erregungsverteilung handelt oder um eine Erscheinung, wie sie als progressive Phosphoreszenz bekannt ist, könnte mit entsprechenden Hilfsmitteln (Quarzoptik), die mir leider nicht zur Verfügung stehen, entschieden werden.

Bei tiefen Temperaturen leuchten sämtliche untersuchten Phosphore länger und heller. Teilweise abgeklungene Zementphosphore leuchten bei genügend raschem Erwärmen deutlich auf.

Manche Zusätze wirken recht eigenartig, da mit diesen nur einzelne schmale Banden zur kräftigen Entwicklung gelangen, deren spektrale Lage unabhängig vom Zusatz ist. [Z. B.  $\text{MgO}$ -Phenanthren-Zementphosphore mit  $\text{MgCl}_2$  Abb. 3 a, mit  $\text{MgBr}_2$  3 d, ebenso  $\text{MgO}$ -Naphthalin mit  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)$  Abb. 3 b, mit  $\text{MgBr}$  3 e.]

#### § 7. Besondere Eigenschaften einiger Zementphosphore

1. *Fluoreszein- bzw. Uranin-Phosphore.* Alle bisher mit Fluoreszein- bzw. Uranin aktivierten Zementphosphore sprechen auf Taglicht gut an. Das erste Maximum der Erregungsverteilung liegt im sichtbaren Gebiete um  $466 \text{ m}\mu$ , also bei längeren Wellen als jene der entsprechenden Aluminiumsulfathydrat- (bei  $452 \text{ m}\mu$ ) bzw. Borsäurephosphore [bei  $435 \text{ m}\mu^1$ ]. Die Anfangsintensität fällt sehr

1) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 67. S. 612. 1922.

rasch ab, im besten Falle kann nach etwa 7 Sek. das Nachleuchten nur mehr mit ausgeruhtem Auge wahrgenommen werden.

Sehr gute Phosphoreszenz wird schon mit 0,001 mg Uranin pro Gramm  $MgO$  bzw. einer äquivalenten Menge eines anderen Oxydes erhalten, maximale Intensität erreicht man je nach der Menge des Zusatzes mit 0,05—0,1 mg. Die Dauer des Nachleuchtens wird von der Art des erregenden Lichtes stark beeinflußt: Ein  $MgOCl$ -Phosphor z. B. mit Taglicht erregt, leuchtet bei anfänglich hoher Intensität doch nur im besten Falle 15 Sek., mit der Quecksilberdampfampe dagegen 35 Sek. lang nach.

Die Eigenfarbe dieser Phosphore ist bei kleinem Uraningehalt weiß, bei größerem gelblich — dementsprechend ist auch die Farbe im Nachleuchten (infolge der Eigenabsorption) grün bzw. grünlich-gelb bis goldgelb.

a)  $MgOCl$ -Uranin. Charakteristisch ist die auffallende Temperaturabhängigkeit der Farbe des Nachleuchtens. Bei Zimmertempe-

ratur bewirkt schon geringes Abkühlen eine deutlich merkbare Farbänderung in dem Sinne, daß die gelblichgrüne Phosphoreszenz mehr gelblich wird und bei weiterem Sinken der Temperatur in Orange übergeht. Es ist dies die Folge der Überdeckung zweier Banden mit verschiedenen optimalen Temperaturlagen. Abb. 2 gibt ein Bild

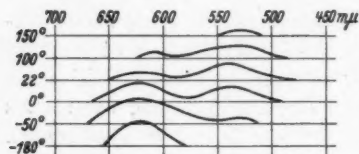


Abb. 2. Emissionsbanden eines  $MgOCl$ -Fluoresceinphosphors nach Erregung mit Bogenlicht im Nachleuchten bei verschiedenen Temperaturen

von den Änderungen der Emission zwischen  $+150^{\circ}$  und  $-180^{\circ} C$ , beobachtet an einem unter Glas befindlichen Präparate, etwa 1 Sek. nach Erregung mit Bogenlicht. Der Phosphor hatte folgende Zusammensetzung: 1 g  $MgO$ ,  $0,5\text{ cm}^3$  wäßrige Lösung enthaltend  $0,129\text{ g } MgCl_2$ ,  $0,04\text{ mg}$  Uranin gelöst in  $0,2\text{ cm}^3$  Wasser, langsam auf  $160^{\circ}$  erhitzt. — Es treten zwei Banden auf, und zwar eine gelbgrüne mit breitem Maximum bei etwa  $527\text{ m}\mu$ . Diese ist bei  $22^{\circ}$  am kräftigsten entwickelt und leuchtet etwa 20 Sek. nach, ferner eine orangerote Bande mit einem Maximum bei  $610\text{—}620\text{ m}\mu$ , welche höchste Intensität und Dauer (etwa 40 Sek.) bei  $-70^{\circ} C$  erreicht. Über  $78^{\circ}$  ist nur noch die grüne, unter  $-65^{\circ}$  nur die orangerote Bande vorhanden. Bei etwa  $160^{\circ}$  hört jedes Nachleuchten auf; es erscheint nur mehr Fluoreszenz im ultravioletten Lichte. Wird der Phosphor im Quarzrohr mit einer Quecksilberdampfampe erregt, so ist noch — durch ein flaches Minimum bei  $580\text{ m}\mu$  ge-

trennt, eine dritte Bande mit einem Maximum bei etwa 495 m $\mu$  zu erkennen, die bis 470 m $\mu$  reicht.

Bei Präparaten mit gleichen Zusatzmengen von MgCl<sub>2</sub>, aber verschiedenem Uraningehalt konnte durch paarweises Vergleichen zweifellos, wenn auch nur kaum merkbar, ein etwas länger anhaltendes Nachleuchten bei den Phosphoren mit weniger Farbstoff festgestellt werden. Es scheinen hier somit ähnliche Verhältnisse vorzuliegen wie bei den Lenardphosphoren [vornehmlich Bildung von Zentren langer Dauer<sup>1)</sup>], nur in weniger gut ausgeprägter Form. MgCl<sub>2</sub> in großen Mengen beigegeben, wirkt wohl schwächend, aber nicht zerstörend auf die Phosphoreszenz — es ist ein Zusatz, der sich ähnlich verhält wie Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> in den Ca-S-Bi-Phosphoren<sup>2)</sup>. Noch ungeklärt ist der Einfluß des Wassers auf Intensität und Dauer der Phosphoreszenz — man hat es eben nicht immer in der Hand, trotz Einhaltung der beschriebenen Arbeitsweise, Phosphore mit gewünschtem Wassergehalt zu erhalten, die für vergleichende Untersuchungen geeignet wären. Soweit bisher zu übersehen, nimmt bei gleicher Zusatzmenge die Intensität und Dauer der Phosphoreszenz anfänglich mit fallendem Wassergehalt schnell zu, erreicht ein Maximum und fällt bei weiterem Entwässern rasch ab. Die Zusätze selbst sind nur mit ihrem sauren Bestandteil von Einfluß auf die Phosphoreszenz. Den Kationen kommt keine merkliche Wirkung zu.

Wird an Stelle von MgCl<sub>2</sub> als Zusatz ZnBr<sub>2</sub> oder MgBr<sub>2</sub> beigegeben, so beeinflussen diese die Emission derart, daß der langwellige Spektralbereich auf Kosten des kürzeren begünstigt und die Nachleuchtdauer verkürzt wird.

b) *Andere Grundmaterialien*, und zwar Oxyde bzw. Hydroxyde des Be, Ca, Sr, Ba und La eignen sich in dieser Reihenfolge immer weniger gut zur Phosphorbildung.

2. *MgOCl-Äsculin-Phosphore* werden mit Taglicht gut erregt. Das Maximum der Erregungsverteilung liegt bei etwa 396 m $\mu$ , das Nachleuchten ist gelblichgrün, besteht aus einem breiten Band von 460—640 m $\mu$  mit einem Maximum bei 530 m $\mu$ . Auffallende Änderungen der spektralen Verteilung im Nachleuchten infolge verschiedener Erregungsarten oder Temperatureinflüsse wurden nicht gefunden. Das beste Präparat hatte die Zusammensetzung: 1 g MgO, 0,129 g MgCl<sub>2</sub> in 0,7 cm<sup>3</sup> H<sub>2</sub>O, 0,2 mg Äsculin, 122°: gelbgrün, 21 Sek. Nachleuchtdauer. Im ultravioletten Lichte verdeckt die intensiv auftretende hellblaue Fluoreszenz die Phosphoreszenz gänzlich.

1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 647. 1904.

2) P. Lenard u. V. Klatt, ebenda S. 647.

3.  $\text{MgOCl}$ -Therephthalsäure-Phosphore sind mit kurzwelligem Lichte einer Hg-Lampe außerordentlich gut erregbar. Die Emission reicht von etwa 400–650  $\text{m}\mu$  mit einem breiten Maximum bei 490–500  $\text{m}\mu$ . — Das Nachleuchten dauert über 40 Sek.

4.  $\text{MgO}$ -Carbazol-Zementphosphore. Die meisten Präparate sind schon mit Taglicht gut, besser mit direktem Sonnenlicht erregbar. Im Nachleuchten erscheint ein kontinuierliches Spektrum von 420 bis 700  $\text{m}\mu$  mit einem schwachen Minimum bei 490  $\text{m}\mu$ . Das Maximum der Erregungsverteilung dürfte noch in dem für Glas durchlässigen Ultraviolett liegen.

Bei Verwendung entsprechender Zusätze und Erregung im Quarzrohr mit einer Quecksilberdampfampe zeigen diese Phosphore

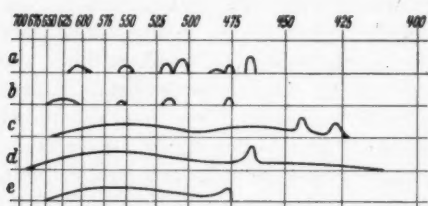


Abb. 3. Phosphoreszenzspektren von

- a)  $\text{MgOCl-Al}_2(\text{SO}_4)_3$ -Phenanthren bei  $-180^\circ$ ,
- b)  $\text{MgOCl-Al}_2(\text{SO}_4)_3$ -Naphthalin bei  $-180^\circ$ ,
- c)  $\text{MgOCl-Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ -Carbazol bei  $18^\circ$ ,
- d)  $\text{MgOBr}$ -Phenanthren bei  $18^\circ$ ,
- e)  $\text{MgOBr}$ -Naphthalin bei  $18^\circ \text{ C}$

noch ein zweites, und zwar diskontinuierliches Spektrum, bestehend aus zwei etwa 60  $\text{m}\mu$  breiten Banden bei 428 und 440  $\text{m}\mu$  (Abb. 3c). Wir haben hier bei Zimmertemperatur eine ähnliche Erscheinung, wie sie an Alkoholphosphoren erst unter  $-145^\circ$  beobachtet und als „progressive Phosphoreszenz“ bezeichnet worden ist<sup>1)</sup>. Dieses zweite

Spektrum konnte bei Exponierung der entsprechenden in Glasröhren gefüllten Präparate im konzentrierten Sonnenlicht auch nicht andeutungsweise gesehen werden, trotzdem das Nachleuchten anfangs ganz außerordentlich hell war. Es ist möglich, daß es sich hierbei um Banden bzw. Bandengruppen mit verschiedener Erregungsverteilung handelt.

Unter diesen Phosphoren befinden sich einige mit ungewöhnlich langdauerndem Nachleuchten, wie es bei organischen Phosphoren bisher noch niemals zu beobachten war. Solche Präparate leuchten bei raschem Erhitzen hell auf, besonders gut, wenn die Erregung bei tiefer Temperatur stattfand. Mit etwa 0,1 mg Carbazol wird schon maximale Helligkeit erreicht, doch genügen 0,001 mg pro Gramm  $\text{MgO}$ , um deutlich blaues, dauerndes Nachleuchten zu bewirken.

1) J. v. Kowalski, Krak. Anz. Math. Naturw. Kl. A. 1910. S. 12 und Phys. Ztschr. 12. S. 956. 1911.

a) *MgOCl*-Carbazol. An einem frisch bereiteten Präparat folgender Zusammensetzung: 1 g  $\text{MgO}$ , 0,129 g  $\text{MgCl}_2$  in  $\frac{1}{2}$  cm<sup>3</sup>  $\text{H}_2\text{O}$ , 0,13 mg Carbazol in 0,25 cm<sup>3</sup> 96% Alkohol gelöst, während 30 Min. langsam bis auf 150° erhitzt, kann das Abklingen mit ausgeruhtem Auge fast 2 Std. lang (bei 100° nur etwa 20 Sek.) verfolgt werden. Dabei erfolgt der Intensitätsabfall des anfänglich sehr hellen Leuchtens während der ersten Minute ziemlich rasch, sinkt dabei auf einen sehr niederen Betrag, um dann weiterhin nur außerordentlich langsam abzunehmen. Die Art der Erregung, ob mit Sonnenlicht unter Glas oder direkt mit einer Quarzquecksilberlampe, hat auf die Dauer des Nachleuchtens keinen Einfluß. — Ein weiterer Zusatz von 0,05 g  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  zur obigen Zusammensetzung schwächt etwas die Anfangsintensität, stärkt aber das andauernde Nachleuchten. An solchen Phosphoren kann besonders gut das Aufleuchten beim raschen Erhitzen gesehen werden. Bemerkenswert ist auch der günstige Einfluß von Borax als Zusatz zu jenen *MgOCl*-Präparaten, bei deren Herstellung mehr Wasser verwendet wurde: Der sonst pulverige Phosphor erhält durch Sinterung eine körnige Struktur, wodurch die Anfangsintensität bedeutend verstärkt wird, jedoch das über 1 Min. dauernde Nachleuchten verschwindet.

b) *MgOBr*-Carbazol. Ein Phosphor der Zusammensetzung: 1 g  $\text{MgO}$ , 0,25 g  $\text{MgBr}_2$  in 0,5 cm<sup>3</sup>  $\text{H}_2\text{O}$  gelöst, 0,135 mg Carbazol als 0,25 cm<sup>3</sup> alkoholische Lösung langsam auf 157° erhitzt, zeigt große Anfangsintensität, aber nur etwa 20 Sek. dauerndes Nachleuchten. Die Lage der Emissionsbanden ist gegenüber jener eines *MgOCl*-Phosphors nicht merklich verändert.

c) *MgO(KJ)*-Carbazol. Die Phosphoreszenz dieser Substanzen ist ziemlich lichtschwach und auch nur von etwa 20 Sek. Dauer.

d) Als gut wirkende Zusätze zu den *MgO*-Zementphosphoren erweisen sich auch leicht lösliche Sulfate (z. B. Aluminiumsulfat), deren Wirkung dem  $\text{MgCl}_2$  gleichkommt.

e) *ZnOCl*-Carbazol-Phosphore sind selbst mit dem Lichte der Quecksilberdampflampe nur schwach erregbar und leuchten etwa 6 Sek. lang nach.

f) *CaOLiCl*-Carbazol-Phosphore geben hellblaues schwaches, etwa 18 Sek. dauerndes Nachleuchten bei Erregung mit Tageslicht.

5. *Phenanthren*-Phosphore geben apfelgrünes Nachleuchten, bestehend aus relativ schmalen Banden, deren Ränder je nach Zusammensetzung und Beobachtungstemperatur mehr oder weniger verwaschen sind.

a) *MgOCl*-Phenanthren: Ein Phosphor, bestehend aus 1 g  $\text{MgO}$ , 0,179 g  $\text{MgCl}_2$  in 0,5 cm<sup>3</sup>  $\text{H}_2\text{O}$  gelöst und 0,2 mg Phenanthren in

0,5 cm<sup>3</sup> Alkohol auf 152° C zeigt, mit Sonnenlicht erregt, gutes, mit Quarzlicht außerordentlich helles 40 Sek. dauerndes Nachleuchten, welches in den ersten Sekunden rasch, dann gleichmäßig langsam abklingt. Abb. 3a gibt ein Bild von der spektralen Verteilung der Emission. Die Doppelbande bei 468 und 477 m $\mu$  klingt am raschesten ab, am längsten sichtbar bleibt die Doppelbande bei 506,5 und 517 m $\mu$ . Bei tiefer Temperatur wird der sonst helle Untergrund lichtschwächer, die Banden schmaler und deutlicher. Diese Phosphore leuchten bei raschem Erhitzen hell auf.

b) *MgOBr*-Phenanthren: Das grüne, mit großer Intensität einsetzende Nachleuchten dauert nur 15 Sek. Die Emission besteht aus einem kontinuierlichen Band von 700—420 m $\mu$  reichend, darüber gelagert eine deutlich hervortretende, etwa 5 m $\mu$  schmale, gegen Violett zu steil abfallende Bande bei 468 m $\mu$ . (Abb. 3d.)

6. *Naphthalinphosphore*. Von dieser Gruppe wurden nur *MgOCl*- und *MgOBr*-Phosphore untersucht, deren Erregungsverteilung weit im Ultraviolett liegt. Das gelbe Nachleuchten besteht aus einem von 460—650 m $\mu$  reichenden kontinuierlichen Untergrund, aus dem ein Bandenspektrum besonders deutlich bei Phosphoren mit gemischten Zusätzen und bei tiefer Temperatur hervortritt. Es sind dies: eine breite Bande von 600—650 m $\mu$  und drei schmale bei 556, 515 und 477 m $\mu$ . (Abb. 3b.)

a) *MgOCl*-Naphthalin: Das 16 Sek. dauernde Nachleuchten ist nicht besonders hell und klingt gleichmäßig rasch ab.

b) *MgOBr*-Naphthalin: Nachleuchtedauer etwa 9—10 Sek. In der Emission erscheint deutlich vom Untergrund abgehoben nur die Bande 477 m $\mu$ , gegen Violett zu steil abfallend. (Abb. 3e.)

7. Auch mit sehr kompliziert gebauten organischen Verbindungen lassen sich gute Zementphosphore darstellen, als Beispiel sei nur ein *MgOCl*-Phenyleinchoninsäure-Methylester erwähnt, welcher mit Hg-Licht zur goldgelben Phosphoreszenz von hoher Intensität angeregt wird oder ein *MgOCl*-Dimethylaminophenyldimethylpyrazolon-Präparat, das weißlich-hellblau nachleuchtet.

Außer den angeführten Leuchtstoffen geben auch eine jetzt noch unübersehbare Menge anderer Stoffe<sup>1)</sup> z. B. Magdalarot, Anthracen, Hydrochinon und seine Isomeren usw. in Zementen gute Phosphoreszenz, deren Emissionen vielfach aus deutlich diskontinuierlichen Spektren bestehen. Eine systematische Untersuchung solcher Präparate unter Zuhilfenahme von Spektralaufnahmen versprechen wertvolle Ergebnisse zu liefern.

1) Für die Überlassung besonders wertvoller chemisch reiner Substanzen sei auch an dieser Stelle Herrn Chem. Ing. J. Czak bestens gedankt.



## § 8. Veränderungen der Eigenfärbung durch Licht

Alle untersuchten Zementphosphore mit Leuchtstoffen, die im Lichte ausbleichen, werden im konzentrierten Sonnenlicht rasch zerstört, — unverändert bleiben jene, deren maximale Erregung weit im kurzwelligen Ultraviolett liegt. Ein eigenartiges Verhalten zeigen Carbazol-Phosphore. Wird ein  $\text{MgOCl}$ -Borax- oder  $\text{MgOCl}$ -Aluminiumsulfat-Carbazol-Phosphor einige Zeit dem Sonnenlichte ausgesetzt, so nimmt die bestrahlte Stelle nach und nach eine blaue Färbung an, deren Farbtiefe mit der Dauer und Intensität der Lichteinwirkung bis zu einem Maximum ansteigt. Kurzwelliges Licht, z. B. das einer Quarz-Quecksilber-Lampe, wirkt rascher als Sonnenlicht bzw. Glasultraviolett. Gewisse quantitative Versuche, über die ich allenfalls in einer späteren Arbeit berichten möchte, zwingen mich zu dem naheliegenden Schluß, daß nicht jene Menge Carbazol, welche bei der Herstellung verwendet wurde, für die Verfärbung maßgebend ist, sondern nur das auch wirklich im Phosphor als Leuchtzentren eingebaute Quantum. Es werden daher gut leuchtende Phosphore rascher verfärbt als schlechte, ohne Rücksicht auf die zur Anwendung gekommenen Carbazolmengen. Infolge der Verfärbung wird die Phosphoreszenzfähigkeit etwas schwächer. Im Dunkeln geht der Prozeß (bei Zimmertemperatur) sehr langsam zurück, dadurch erlangt das Präparat je nach der Stärke der Verfärbung in einigen Wochen eventuell erst nach Monaten die ursprüngliche Eigenfärbung wieder. Durch Erhitzen auf etwa  $200^\circ$  geht die Entfärbung sehr rasch vonstatten. Das entfärbte Präparat gibt im Ultraviolett eine bedeutend lichtere und hellere Fluoreszenz als ursprünglich. Blaufärbung und Entfärbung kann beliebig oft wiederholt werden. Um was für reversible photochemische Prozesse es sich hierbei handeln mag, konnte noch nicht eindeutig ermittelt werden. Jedenfalls tritt die Blaufärbung nur beim Vorhandensein gewisser Zusätze ein, während bei Zugegensein anderer Salze nach dauernder Lichteinwirkung deutliche Schädigungen mit Gelbfärbung wahrzunehmen sind. Von ganz anderer Art ist die Verfärbung von  $\text{MgOCl}(\text{KJ})$ -Präparaten. Während bei den bisher genannten Phosphoren der Leuchtstoff durch das Licht verändert wurde, wird hier der im Grundmaterial eingelagerte Zusatz chemisch verändert, vermutlich derart, daß eine Braunfärbung des Materials infolge Bildung des stark gefärbten  $\text{J}_3$ -Ions erfolgt. Es ist ja eine bekannte Erscheinung, daß manche Jodide als feste Salze nur im Falle sie mit Chloriden verunreinigt sind, vom Licht gebräunt werden. Bei den genannten Phosphoren mit Mischzusätzen läßt sich dieser Vorgang besonders deutlich verfolgen: Stellt man eine

Serie dieser Präparate mit verschiedenen Mischverhältnissen von Cl und J im Zusatz dar und bemüht sich dabei, Wassergehalt, Höhe und Dauer der Herstellungstemperatur ( $125^{\circ}\text{C}$ ) usw. gleichmäßig einzuhalten, so zeigt sich folgendes: Die mit einfachen Zusätzen gebildeten Präparate sind rein weiße Substanzen, alle anderen besitzen eine um so stärkere Gelbtönung, je mehr sich das Mengenverhältnis Cl-J im Zusatz der Gleichheit nähert, so daß also solche mit 50% Cl, also mit äquivalentem Cl- und Jodgehalt die stärkste Farbtiefe erreichen. Dabei erfolgt das Ansteigen der Farbtiefe bei jenen Präparaten, welche Jod unter 50% enthalten, bedeutend rascher als bei jenen, welche weniger als 50% Chlor enthalten. Dies ist verständlich, da ja im labilen System der Cl-J enthaltenden Assoziationen im ersteren Falle z. B. bei 20% J und 80% Cl das aktiv wirkende, das Jod verdrängende Cl in größerer Menge auf die Jodverbindung einwirkt als im zweiten Falle z. B. bei 80% J und 20% Cl. — Die Eigenfärbung ist natürlich nicht an die Anwesenheit eines Leuchtstoffes gebunden. Setzt man nun die in verschiedenen Nuancen gelb gefärbten Substanzen unter Glas dem Taglicht aus, so findet eine um so raschere Braunfärbung statt, je stärker gelb die Eigenfarbe derselben war, während die 100% Jod bzw. Chlor enthaltenden Präparate unverändert bleiben.

#### § 9. Beziehungen zwischen Nachleuchtdauer und Zusatzbeschaffenheit

Wie bekannt, üben Halogensalze<sup>1)</sup>, insbesondere Jodsalze in fluoreszierenden Lösungen eine starke Fluoreszenz auslöschende Wirkung aus, deren Ursache bisher trotz vielfachen Bemühungen noch nicht als endgültig geklärt angesehen werden kann. Da diese Substanzen als „schmelzbarer Zusatz“ auch bei vielen Lenardphosphoren die Nachleuchtdauer besonders stark zu ändern vermögen, wurde versucht, die Dauer der Phosphoreszenz von Zementphosphoren mit der chemischen Beschaffenheit der Zusätze in Zusammenhang zu bringen.

Zur Untersuchung eignen sich besonders gut die MgO-Carbazol-Zementphosphore, vor allem wegen der großen Intensität und der langen Dauer des sichtbaren Nachleuchtens und weil auch die spektrale Verteilung der Emission durch Zusatz verschiedener Salze

1) A. W. Banow, Ztschr. f. Phys. **64**. S. 121. 1930; W. L. Lewschin, Ztschr. f. Phys. **43**. S. 230. 1927; Mlle S. Boudin, Journ. chim. phys. **27**. S. 285. 1930; K. Weber, Ztschr. f. phys. Chem. (B) **30**. S. 69. 1935; E. Schneider, Ztschr. f. phys. Chem. (B) **28**. S. 311. 1935; J. Weiss u. H. Fischgold, Ztschr. f. phys. Chem. (B) **32**. S. 135. 1936; Jean Bouchard, Journ. chim. phys. **33**. S. 325. 1936.

bei Erregung mit dem Lichte einer Osramlampe<sup>1)</sup> im wesentlichen unverändert bleibt. Mit gut ausgeruhtem Auge kann der Zeitpunkt des vollständigen Erlöschens der Phosphoreszenz leicht und zwar um so genauer festgestellt werden, je rascher der Intensitätsabfall statt hat. Dabei handelt es sich aber nicht etwa um ein Parallelgehen der Anfangsintensität mit der Nachleuchtdauer, wie zu vermuten wäre, da für eine große Zahl abklingender Leuchtzentren die Schwelle der Sichtbarkeit erst später einsetzen muß als beim Vorhandensein einer geringen Menge, — sondern die Art des Abklingens, also die Form der Abklingungskurve ist je nach Art der Zusammensetzung verschieden.

Um möglichst reine und gut vergleichbare Resultate zu erzielen, wurden  $\text{MgOClBr}$ - und  $\text{MgOCl(KJ)}$ -Carbazol-Phosphore unter Einhaltung möglichst gleichmäßiger Bedingungen hergestellt. Die Zusätze auf 1 g  $\text{MgO}$  entsprachen einer äquivalenten Menge von 0,0645 g  $\text{MgCl}_2$ , und bestanden aus wäßrigen Lösungen von  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{MgBr}_2$  und KJ. Es blieb also die Summe der Cl- und Br- bzw. Cl- und J-Atome in allen Präparaten gleich groß, ebenso die zur Auflösung der Salze verwendete Menge Wasser (0,5 cm<sup>3</sup>) und Carbazol (0,15 mg).

Diese Phosphore wurden vorerst durch geeignete Siebe auf annähernd gleiche Korngröße gebracht, dann sogleich nacheinander in jeweils verschiedener Reihenfolge denselben Erregungsbedingungen ausgesetzt<sup>2)</sup> und die Dauer<sup>3)</sup> des sichtbaren Nachleuchtens bestimmt. Vorversuche, sowie meine bisherigen Erfahrungen bei vielen Phosphorpräparationen haben gezeigt, daß an Stelle von  $\text{MgCl}_2$  auch äquivalente Mengen anderer, im Wasser leicht löslicher Chloride z. B.  $\text{ZnCl}_2$ ,  $\text{LiCl}$  usw. treten können, ohne die Phosphoreszenz merkbar zu verändern. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß nur gelöste Salze (bzw. die geschmolzenen bei den Sulfidphosphoren) und zwar nur im ionogenen Zustande sich wirksam erweisen.

1) (39 Watt mit 40 int. DLm) in 5 cm Entfernung.

2) Exponiert 10 Sek. lang im Lichte einer Osramglühlampe mit 40 int. DLm in 5 cm Entfernung. Eine weitere Verlängerung der Erregungszeit hat auf die Dauer des Nachleuchtens keinen Einfluß.

3) Von jeder Phosphorart wurden mindestens zwei Präparate hergestellt und die Nachleuchtdauer der ganzen Versuchsreihe mehrfach wiederholt. Trotz peinlichster Einhaltung aller Vorsichtsmaßnahmen ist die Streuung ziemlich groß, da die Dauer des Nachleuchtens von vielen schwer kontrollierbaren Variablen abhängt. Am stärksten dürfte sich dabei der leicht veränderliche Wassergehalt auswirken. Die Abklingzeiten, gemessen an ein und demselben Präparate, weichen nur um wenige Prozente voneinander ab und waren an frischen und alten Phosphoren gut übereinstimmend.

Der Zusammenhang: Nachleuchtdauer und Mischverhältnis zweier verschieden wirkender Zusätze läßt sich schön aus Abb. 4 und 5 übersehen, in welchen die Abklingzeiten als Abszissen, als Ordinaten die in Prozenten ausgedrückten Atommengen der Anionen der Mischzusätze aufgetragen sind. Natürlich erleidet die Lage der Kurven eine Parallelverschiebung nach links, wenn mit schwächeren Lichtintensitäten erregt oder mit ermüdeten Augen bzw. in nicht völlig

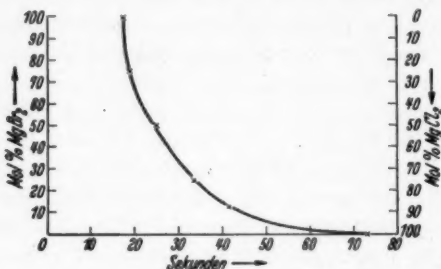


Abb. 4. Die Nachleuchtdauer von  $\text{MgOClBr}$ -Carbazol-Phosphore als Funktion des Mischverhältnisses der Cl- und Br-Atome im Zusatz

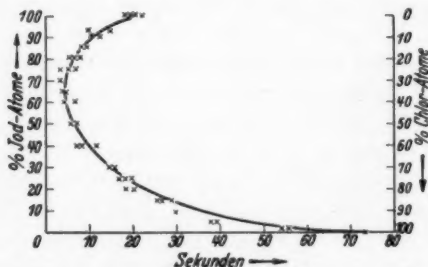


Abb. 5. Die Nachleuchtdauer von  $\text{MgOCl-JK}$ -Carbazol-Phosphore als Funktion des Mischverhältnisses der Cl- und J-Atome im Zusatz

dunklem Raume beobachtet wird, — nach rechts aber bei Erregung mit höherer Intensität unter sonst gleichen Bedingungen. Der Charakter der Kurven bleibt dabei erhalten. Auffallend ist an beiden Kurven die nicht lineare Abhängigkeit der Dauer des Nachleuchtens von der Anzahl der ausgetauschten Anionen. Während die Kurve Abb. 4 — erhalten mit  $\text{MgCl}_2$  und  $\text{MgBr}_2$  als Mischzusätze, — von exponentieller Art zu sein scheint, läßt Abb. 5 — mit  $\text{MgCl}_2$  und  $\text{KJ}$  als Zusätze — auf Komplikationen schließen. Hier drückt sehr merkwürdigerweise eine Zugabe von dem fast

immer günstig wirkenden  $\text{MgCl}_2$ , die Nachleuchtdauer jener Phosphore, welche unter 100% bis etwa 70% KJ enthalten, stark herab, erreicht hier einen Minimalwert, um erst bei 25% KJ wieder die Dauer des  $\text{MgO(KJ)}$ -Carbazol-Phosphors zu erlangen. Andererseits erkennt man aus dem raschen Abfall der Nachleuchtzeit beim anfänglichen Ersatz des Cl durch J den stark dämpfenden Einfluß der Jodionen. Daß es sich hierbei nicht um eine Absorption des erregenden und emittierenden Lichtes im gefärbten Grundmaterial allein handeln kann, ersieht man aus dem Vergleich der Gelbtönungen der verschiedenen Präparate. Während die tiefste Eigenfärbung mit 50% KJ erreicht wird, besitzt die Nachleuchtdauer erst bei 70% KJ den Minimalwert<sup>1)</sup>.

Um eine mögliche Einsicht in die Ursache des nicht linearen Zusammenhanges der Nachleuchtdauer mit dem das Cl ersetzenden Br bzw. J zu gewinnen, sei auf die seinerzeit mitgeteilten Vorstellungen über die besondere Art der Einlagerung des Leuchtmoleküls in die Grundsubstanz verwiesen<sup>2)</sup>. Danach befinden sich die Moleküle der nächsten Umgebung des Leuchtstoffes zufolge der dort bestehenden ungeordneten und verzerrten Kraftfelder in besonders labiler Lage, die sie zur Absorption jener Lichtenergie, welche durch die Erregungsverteilung gekennzeichnet ist, aufnahmefähig macht bzw. zur Mitschwingung befähigt. Die Phosphoreszenz selbst stellt sich als Wechselwirkung zwischen adsorbiertem Leuchtmolekül und adsorbierender Grundsubstanz dar, welche nach Aussetzung der Einstrahlung so lange anhält, bis die Rückbildung in den ursprünglichen Zustand, wie er vor der Erregung bestand, erreicht wird. Danach wird also durch Zugabe von  $\text{MgCl}_2$  die Aufnahmefähigkeit der Grundsubstanz für die erregende Lichtenergie vermutlich durch weitere Lockerung und entsprechend günstige Partikelkonstellationen leichter gemacht.

$\text{MgBr}_2$  oder KJ als Zusätze wirken bedeutend weniger günstig als  $\text{MgCl}_2$ ; ein Phosphor mit  $\text{MgBr}_2$  erreicht noch sehr hohe Anfangsintensität, mit KJ ist diese nur noch sehr lichtschwach, obwohl beide Präparate fast gleich lang nachleuchten. Aus der geringen Chlorkonzentration im Grundmaterial (auf 1 Molekül Carbazol kommen etwa 30000 Moleküle  $\text{Mg(OH)}_2 + \text{H}_2\text{O}$  und nur 800 Moleküle  $\text{MgCl}_2$ ) und dem großen Einfluß, welchen schon wenige Prozente

1) Die Veränderungen, welche diese Phosphore während der kurzen Zeit der Erregung mit dem Lichte der Osramlampe durch Verfärbung erleiden, sind, wie Versuche zeigten, für das Nachleuchten und damit den Verlauf der Kurven praktisch belanglos.

2) M. Travníček, Ann. d. Phys. [5] 17. S. 661. 1933.

anderer Ionen (mit verschiedener Affinität und Ionenradius<sup>1)</sup> an deren Stelle auf das Nachleuchten ausüben, muß man schließen, daß durch den Ersatz der  $\text{Cl}^-$ -Ionen die Gesamtheit aller Kraftfelder, also das ganze Phosphorzentrum so verändert wird, daß dieses sich zur Aufnahme der Erregung weniger gut eignet. Ein linearer Verlauf der Kurven ist bei diesem komplizierten Geschehen nicht zu erwarten.

Überraschend ist die eigentümliche, anfänglich ungünstige Einwirkung von  $\text{Cl}^-$ -Ionen als Ersatz der gleichgeladenen  $\text{J}^-$ -Ionen in allen  $\text{MgOCl(KJ)}$ -Phosphoren unter 100 bis zu etwa 25 % KJ. Eine mögliche Erklärung hierfür wäre die Annahme der Bildung von Assoziationskomplexen, die während der Präparation entstehen, dadurch die Phosphoreszenz schädigen und die Nachleuchtdauer verringern<sup>2)</sup>.

Ich bin mir bewußt, daß die neuen Befunde dieser Arbeit und die Deutung der Versuchsergebnisse bei dem Bestreben, die Nachleuchtdauer mit der Konstitution der Phosphore in Zusammenhang zu bringen, bei Erweiterung des experimentellen Materials noch mancher Richtigstellung bedürfen wird. Man kann aber erwarten, daß die Methode der Nachleuchtzeitbestimmung mit besseren Beobachtungsapparaturen größerer Genauigkeit fähig ist und die durchgeführte Betrachtung sich weiter ausbauen läßt.

#### § 10.

Außer dem nur theoretischen Interesse, welches die Zementphosphore verdienen, dürften dieselben auch praktische Anwendung finden können. Davon seien erwähnt:

1. Der Umstand, daß die Herstellung gut nachleuchtender Präparate fast mühelos und schnell vonstatten geht und auch in kleinen Mengen vorgenommen werden kann, scheint geeignet zu sein, die rasche Identifizierung vieler organischer Verbindungen in kleinsten

1) Nach Goldschmidt sind die Radien der Halogenionen für Cl 1,81, Br 1,96 und J 2,20 Å.

2) Hugh Diamond u. Hans Fromherr (Ztschr. f. physikal. Chem. (B) 9. S. 311. 1930) untersuchten die Absorptionsbanden von Brom- und Jodsälen in wäßrigen Lösungen bei Gegenwart von Chloriden und fanden eine durch  $\text{Cl}^-$ -Ionen verursachte Verschiebung der Bromion- und Jodionbanden nach kürzeren Wellen und zwar bei den Jodiden etwa doppelt so weit als bei den Bromiden. Eine neue Bande, die auf Assoziation der Ionen zu Molekülen oder stochiometrischen Komplexen hindeuten könnte, wurde nicht gefunden. Als mögliche Ursache der Verschiebung wird eine Veränderung der Abspaltungsarbeit des für die Absorptionsbande verantwortlichen Valenzelektrons infolge der Änderung des Kraftfeldes innerhalb der Umgebung angenommen.



Mengen durch Phosphoreszenzbeobachtungen zu ermöglichen. Zur Bestimmung können dienen: Farbe des Nachleuchtens (eventuell bei verschiedenen Temperaturen), spektroskopische Untersuchung der Phosphoreszenz — eventuell auch der Fluoreszenz, Änderungen der Emission mit verschiedenen Zusätzen, bzw. in verschiedenen Grundmaterialien, Nachleuchtdauer bei Erregung mit bestimmten Wellenlängen und die Erregungsverteilung. — Bei entsprechender apparativer Einrichtung müßte dieses Verfahren sich zu einem wirksamen Behelf in der mikrochemischen Analyse organischer Substanzen auswerten lassen.

2. Eine Verwendungsmöglichkeit lassen auch jene Carbazol-Zement-Phosphore erwarten, welche durch Licht blau verfärbt werden. Da diese Verfärbung nämlich von der Intensität, Dauer und Wellenlänge der Bestrahlung abhängt, könnten diese Präparate eventuell als Dosimeter (ähnlich dem Leukosulfit) für ultraviolette Strahlen benützbar sein, zumal im Dunkeln, besonders rasch beim Erwärmen, die Blaufärbung zurückgeht und der Phosphor eine neuerliche Verwendbarkeit zuläßt.

3. Die weit ausgedehnte Erregungsverteilung der Zementphosphore könnte zur raschen Untersuchung von ultravioletten Lichtspektren herangezogen werden<sup>1)</sup>. Wird nämlich ein solches Spektrum auf einen Schirm geworfen, welcher mit passendem Zementphosphor bedeckt ist, so erscheinen auf dunklem Grunde die Linien in der Farbe des Phosphors hell nachleuchtend und können sogleich fixiert und gemessen werden. Dabei ist die große Lichtintensität und gute Haltbarkeit der Präparate von Vorteil.

#### Zusammenfassung

1. Die Herstellung einer neuen Gruppe hochaktiver organischer Phosphore wird beschrieben (§ 3). Das Nachleuchten einiger Präparate konnte fast 2 Stunden lang beobachtet werden (§ 7. P. 4a). Zur Entwicklung höchster Intensität und Dauer sind Salzzusätze notwendig (§ 3).

2. Als günstig wirkende Zusätze erweisen sich bei den hier vornehmlich untersuchten MgO-Zementphosphoren Chloride. Es wurde versucht, die Hydratformel von  $MgCl_2$  in den  $MgOCl$ -Uranin-Phosphoren festzustellen und als  $MgClOH + H_2O$  gefunden (§ 4).

3. Bei einigen Phosphoren konnten, je nach der Erregungsart, zwei- oder drei Emissionen festgestellt werden: Mit langwelligem Lichte

1) Aus dem gleichen Grunde könnte auch die spektrographische Methode zur Feststellung der Lumineszenzerregung nach G. Heyne u. Pirani (Ztschr. techn. Phys. 14. S. 31. 1933) angewendet werden.

(Tageslicht) ein breites kontinuierliches Band, mit Ultraviolett-erregung ein diskontinuierliches Spektrum (§§ 6 und 7, P. 4).

4. Die spektrale Verteilung einiger Emissionen wurde gemessen. Bei den  $\text{MgOCl}$ -Uranin-Phosphoren wird die auffallende Farbänderung bei Temperaturwechsel als Folge verschiedener Temperaturlagen der Emissionsbanden erklärt (§ 7, P. 1a).

5. Über Änderungen der Eigenfärbung bei langandauernder Lichteinwirkung wird berichtet. Bei einigen  $\text{MgO}$ -Carbazol-Zementphosphoren tritt dabei eine *Blaufärbung auf, die sich im Dunkeln spontan rückbildet*. Diese Blaufärbung scheint *nur durch die in Phosphorzentren eingebauten Carbazolmoleküle bewirkt zu werden* (§ 8).

6. Die Nachleuchtdauer der  $\text{MgOClBr}$ - und  $\text{MgOCl(KJ)}$ -Carbazol-Phosphore wird mit dem Mischverhältnis der Zusätze in Zusammenhang gebracht und graphisch dargestellt. Die Nachleuchtzeit wird vornehmlich durch die Anionen des Zusatzes beeinflusst (§ 9).

Herrn Prof. H. Benndorf danke ich herzlichst auch an dieser Stelle für das Interesse an der Arbeit und die zur Verfügung gestellten Mittel des Instituts. Ferner bin ich auch Herrn Prof. E. Rumpf für wertvolle Ratschläge zu Dank verpflichtet.

Graz.

(Eingegangen 8. Juli 1937)

## **Ein Beitrag zur Theorie der Totalreflexion** **Von Clemens Schaefer und Ruth Pich**

(Mit 4 Abbildungen)

### **Einleitung**

Herr Johannes Picht behandelt in seinem „Beitrag zur Theorie der Totalreflexion“<sup>1)</sup> den Fall, daß eine elektromagnetische Zylinderwelle endlicher Öffnung, aus einem homogenen, isotropen Dielektrikum kommend, auf ein optisch dünneres, aber gleichfalls homogenes und isotropes Dielektrikum trifft, wobei die Trennungsfläche zwischen beiden Medien als eben angenommen wird. Die Zylinderwelle ist dargestellt als Integral über unbegrenzte ebene Wellen von verschiedener Fortpflanzungsrichtung. Die Einfallsebene ist für alle Partialwellen dieselbe; die Einfallswinkel sind sämtlich größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion.

Herr Picht bildet den zeitlichen Mittelwert für die Komponenten des Poyntingschen Vektors im zweiten Medium, wertet die Integralausdrücke hierfür näherungsweise aus und kommt schließlich zu folgender Antwort auf die Frage, wie eine Energieströmung im zweiten Medium entstehen kann, obwohl doch die Einfallswinkel der Partialwellen sämtlich größer sind als der Grenzwinkel der Totalreflexion: „Das Auftreten einer Energieströmung im zweiten Medium ist dadurch hervorgerufen, daß es an der Trennungsebene beider Medien Stellen gibt, an denen unter sehr geringer Neigung gegen jene Ebene *im zeitlichen Mittel* dauernd Energie vom ersten ins zweite Medium übertritt, die dann an anderen Stellen der Trennungsebene restlos wieder ins erste Medium zurückflutet. Die über die Trennungsebene hin und her pendelnde Energie ist von der Größenordnung der einfallenden Energie“.

Herr F. Noether<sup>2)</sup> hat später gezeigt, wie man die wesentlichen Ergebnisse von Picht bereits erhalten kann, indem man nicht das ganze Pichtsche Integral betrachtet, sondern nur zwei oder drei Partialwellen, die eng benachbart sind. Durch diese Vereinfachung werden die zahlreichen mathematischen Schwierigkeiten der Pichtschen

1) J. Picht, Ann. d. Phys. [5] 3. S. 433—496. 1929.

2) F. Noether, Ann. d. Phys. [5] 11. S. 141. 1931.

Untersuchung vollkommen ausgeschaltet. Aber das Rechnen mit einer endlichen Summe unbegrenzter ebener Wellen entspricht nur wenig den experimentell realisierbaren Verhältnissen.

In der vorliegenden Arbeit soll nun eine Methode angegeben werden, die das Problem des Energieübertritts ebenfalls mit elementaren Mitteln löst, die aber zugleich auch den experimentellen Verhältnissen nach Möglichkeit nahezukommen sucht. Picht selbst gibt hierzu einen Fingerzeig, indem er den Grenzübergang von der endlich geöffneten Zylinderwelle zur seitlich begrenzten ebenen Welle vollzieht und findet, daß sich auch dabei der oben erwähnte Energieübertritt zeigt. — Die vorliegende Arbeit nimmt gleichfalls eine seitlich begrenzte ebene Welle als einfallende Welle an, ohne jedoch dabei den Umweg über die Zylinderwelle zu machen. — Aus der Pichtschen Darstellung wird die Vereinfachung übernommen, daß die einfallende Welle linear polarisiert ist und senkrecht zur Einfallsebene unendlich ausgedehnt bleibt. — Wie der Umweg über die Zylinderwelle zu vermeiden ist, zeige die folgende Überlegung:

Bekanntlich werden die Maxwell'schen Gleichungen für ein homogenes, isotropes Dielektrikum durch den Ansatz einer ebenen Welle mit konstanter Amplitude exakt gelöst. Eine ebene Welle, deren Amplitude nicht mehr konstant, sondern senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellenphase veränderlich ist, kann man noch als angenäherte Lösung betrachten, falls die Änderung auf Strecken von der Größe der Wellenlänge nur gering ist. Im übrigen darf diese Veränderlichkeit der Amplitude beliebig gewählt werden, — also z. B. so, daß man näherungsweise von einer seitlich begrenzten ebenen Welle sprechen kann. — Dieser Gedankengang findet sich bereits bei H. A. Lorentz<sup>1)</sup> in einem Aufsatz über „Die Fortpflanzung von Wellen und Strahlen in einem beliebigen nicht absorbierenden Medium“. Lorentz macht darin auch Andeutungen über das Verhalten seitlich begrenzter Wellen bei partieller Reflexion und Brechung.

Im ersten Teil vorliegender Arbeit wird gezeigt, wie man die bekannten Formeln für Reflexion und Brechung einer ebenen Welle zu ergänzen hat, falls man annimmt, daß die Amplitude der einfallenden Welle nicht mehr konstant ist, sondern in der Einfallsebene senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellenphase langsam veränderlich ist. Auf den speziellen Fall der Totalreflexion wird näher eingegangen, und es wird für diesen Fall der zeitliche Mittel-

---

1) „Abhandlungen über theoretische Physik“ von H. A. Lorentz, 1. Bd. 1907 (1906), S. 415–442.

wert für die Komponenten des Poyntingschen Vektors in beiden Medien gebildet.

Während der erste Teil der vorliegenden Arbeit die seitlich begrenzte ebene Welle als eine einzelne ebene Welle von bestimmter Fortpflanzungsrichtung, aber mit räumlich variabler Amplitude behandelt und für die Reflexion und Brechung einer solchen Welle Formeln herleitet, behandelt der zweite Teil die seitlich begrenzte ebene Welle als Integral über ebene Wellen mit räumlich konstanter Amplitude, aber verschiedener Fortpflanzungsrichtung. Auf die Partialwellen lassen sich die gewöhnlichen Formeln für Reflexion und Brechung anwenden. Es wird hier speziell angenommen, daß die Einfallswinkel der Partialwellen sämtlich größer sind als der Grenzwinkel der Totalreflexion. Die Integrale, die das einfallende, das total reflektierte und das „gebrochene“ Wellenbündel darstellen, sind zunächst exakte Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen. Dann wird jedoch vorausgesetzt, daß die Einfallswinkel der Partialwellen des einfallenden Bündels sich nur sehr wenig von einem festen, mittleren Winkel unterscheiden, und auf Grund dieser Annahme werden bestimmte Vernachlässigungen vorgenommen. Die angenäherten Lösungen, die man auf diese Weise erhält, lassen sich mit den entsprechenden des ersten Teils in Übereinstimmung bringen.

Die Lösungsansätze aus dem ersten Teil der vorliegenden Arbeit lassen sich übrigens in bestimmter Weise so verallgemeinern, daß sie außer der vorerwähnten *seitlichen* Begrenzung der Welle auch *zeitliche* Begrenzung darzustellen erlauben. Im dritten Teil der Arbeit wird in kurzen Zügen angedeutet, wie der Fall der Totalreflexion einer *seitlich und zeitlich* begrenzten ebenen Welle zu behandeln ist, — also der Fall, dem die im Experiment gegebenen Verhältnisse entsprechen<sup>1)</sup>.

## I. Teil

### § 1. Die seitlich begrenzte ebene Welle

Wir gehen aus von den Maxwell'schen Gleichungen für ein ladungsfreies, homogenes und isotropes Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  und der Permeabilität 1. Beschränkt man sich auf ein ebenes Problem, indem man annimmt, daß die Feldvektoren  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  von einer der Raumkoordinaten unabhängig seien, z. B. von  $y$ , so zerfallen die Maxwell'schen Gleichungen in zwei unabhängige Gruppen, — die eine für die Vektorkomponenten  $\mathfrak{E}_x$ ,  $\mathfrak{H}_y$ , die andere für  $\mathfrak{E}_y$ ,  $\mathfrak{H}_x$ ,  $\mathfrak{E}_z$ ,  $\mathfrak{H}_z$ :

1) Die Forderung einer solchen Darstellung wurde bereits kurz nach dem Erscheinen der Picht'schen Untersuchung von Herrn E. Lohr erhoben.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z}; \quad \frac{e}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x}; \\ -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x}; \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial z} = 0; \\ \frac{e}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial x}; \quad \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} = 0; \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial z}; \quad -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x}. \end{array} \right.$$

Die Gleichungen der ersten Gruppe seien im folgenden stets durch  $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0$  gelöst. — Der Lösungsansatz für die zweite Gruppe sei zunächst:

$$(1) \quad \mathfrak{E}_y = A \cdot \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{V_s} - x \right) \right], \quad \mathfrak{E}_x = 0, \quad \mathfrak{H}_z = \sqrt{\epsilon} \cdot \mathfrak{E}_y,$$

wobei  $A$  und  $\lambda$  beliebige, reelle und positive Konstanten seien.

Dieser Lösungsansatz bedeutet bekanntlich eine in der positiven  $x$ -Richtung mit der Geschwindigkeit  $\frac{c}{V_s}$  fortschreitende ebene Welle von der räumlichen Periode (Wellenlänge)  $\lambda$ , der zeitlichen Periode (Schwingungsdauer)  $T = \frac{\lambda \cdot V_s}{c}$  und der Amplitude  $A$ . Diese Welle ist räumlich und zeitlich unendlich ausgedehnt. Wollte man sie als seitlich begrenzt darstellen, so müßte man annehmen, daß die Amplitude  $A$  nicht mehr konstant ist, sondern von der  $z$ -Koordinate in der Weise abhängt, daß für ein gewisses Gebiet  $z = z_1$  bis  $z = z_2$  die Amplitude einen festen, von Null verschiedenen Wert hat, außerhalb dieses Gebietes aber den Wert Null. In einer solchen seitlich scharf begrenzten ebenen Welle hätte man jedoch keine Lösung der Maxwellschen Gleichungen mehr vor sich. Man kann aber wenigstens noch eine angenäherte Lösung erhalten, falls man voraussetzt, daß die Änderung der Amplitude senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Welle nur allmählich vor sich geht; das soll heißen, daß auf einer Strecke von der Größe der räumlichen Periode der Welle die räumliche Änderung der Amplitude nur sehr klein ist gegen die Amplitude selbst. In Formeln ausgedrückt, bedeutet diese Voraussetzung: Die Amplitude  $A$ , aufgefaßt als Funktion des Argumentes  $z/\lambda$ , soll für  $z = -\infty$  bis  $z = +\infty$  der Bedingung:

$$\left| \frac{dA}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)} \right| \ll |A|$$

gehörchen. — So wie  $A$  selbst sei auch  $\frac{dA}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)}$  nur langsam veränderlich, d. h.,  $A$  erfülle für  $z = -\infty$  bis  $z = +\infty$  die Bedingungen:



$$(2) \quad \left| \frac{d^2 A}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2} \right| \ll \left| \frac{dA}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)} \right| \ll |A|.$$

Aus formalen Gründen, die bei der Behandlung des Reflexions- und Brechungsproblems hervortreten werden, sei jetzt das Argument der Amplitudenfunktion  $A$  in bestimmter Weise erweitert, und zwar durch die Einführung eines konstanten Faktors  $2\pi\alpha_0$ , wobei  $|\alpha_0| \ll 1$  sei. Die Amplitude  $A$  werde also jetzt aufgefaßt als Funktion des Argumentes  $\beta = 2\pi \cdot \frac{z}{\lambda} \cdot \alpha_0$ , und es sei vorausgesetzt, daß sie für sämtliche Werte von  $\beta$  den folgenden Bedingungen gehorcht:

$$(3) \quad \left| \frac{d^2 A}{d\beta^2} \right| \lesssim \left| \frac{dA}{d\beta} \right| \lesssim |A|;$$

das Zeichen „ $\lesssim$ “ bedeute: „von höchstens gleicher Größenordnung wie“. Ist (3) erfüllt, so gelten, da  $|\alpha_0| \ll 1$  ist, sicher die Beziehungen:

$$\left| (2\pi\alpha_0)^2 \cdot \frac{d^2 A}{d\beta^2} \right| \ll \left| 2\pi\alpha_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \right| \ll |A|.$$

Hierfür kann man aber, da  $\beta = 2\pi \cdot \frac{z}{\lambda} \cdot \alpha_0$  ist, schreiben:

$$\left| \frac{d^2 A}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2} \right| \ll \left| \frac{dA}{d\left(\frac{z}{\lambda}\right)} \right| \ll |A|,$$

— und das sind die Beziehungen (2).

Die Annahme einer von  $z$  abhängigen Amplitude  $A$  hat zur Folge, daß der Ansatz (1) mit  $\mathfrak{H}_x = 0$  keine Lösung der Maxwell'schen Gleichungen mehr darstellt.  $\mathfrak{H}$  hat jetzt eine „longitudinale“ Komponente, und der neue Lösungsansatz muß lauten:

$$(4) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \\ \mathfrak{E}_y = A(\beta) \cdot \cos \vartheta; \quad \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \sin \vartheta; \quad \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y; \\ \text{dabei ist:} \\ \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z \cdot \alpha_0; \quad \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - x \right); \quad |\alpha_0| \ll 1. \end{cases}$$

Der Ansatz (4) löst die Maxwell'schen Gleichungen in erster Näherung, falls nur die Amplitudenfunktion

$$A(\beta) = A\left(2\pi \cdot \frac{z}{\lambda} \cdot \alpha_0\right)$$

die Bedingungen (3) bzw. (2) erfüllt. — Um nun — näherungsweise — von einer seitlichen Begrenzung der ebenen Welle (4) sprechen zu können, müßte man die Funktion  $A$  speziell etwa folgendermaßen wählen<sup>1)</sup>: Es sei  $z_a > z_i > 0$  und  $z_i \gg z_a - z_i \gg \lambda$ ; dann habe

1) Vgl. hierzu die in der Einleitung zitierte Abhandlung von H. A. Lorentz, und zwar auf S. 423.



für  $|z| < z_i$  die Amplitude  $A$  einen konstanten Wert  $A_0 \neq 0$ ; für  $|z| > z_a$  dagegen sei  $A = 0$ , und für  $z_a > |z| > z_i$  gehe  $A$  allmählich von  $A_0$  in Null über. Diese Begrenzung verläuft symmetrisch zu der Ebene  $z = 0$ .

Wie sich bei der Behandlung des Reflexions- und Brechungsproblems zeigen wird, — und zwar bei der Erfüllung der Grenzbedingungen der Maxwell'schen Theorie, — ist es zweckmäßig, neben dem Lösungsansatz (4) noch einen zweiten zu betrachten, bei welchem in dem Ausdruck für  $\mathfrak{E}_y$  ein Zusatzglied erscheint, das ähnlich gebaut ist, wie die „longitudinale“ Komponente  $\mathfrak{H}_x$ . — Es seien  $A_0$  und  $\alpha_0$  Konstante, und  $\alpha_0$  höchstens von gleicher Größenordnung wie  $A_0$ . Dann löst der folgende Ansatz die Maxwell'schen Gleichungen mit derselben Näherung wie der Ansatz (4):

$$(4a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y = A_0 \cdot A(\beta) \cdot \cos \vartheta + \alpha_0 \cdot a_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot \sin \vartheta; \\ \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot \sin \vartheta; \\ \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y; \quad \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z \cdot \alpha_0; \\ \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - x \right); \quad |\alpha_0| \ll 1. \end{array} \right. \quad (5)$$

In komplexer Schreibweise würden die beiden oberen Zeilen von (4a) lauten:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_y &= A_0 \cdot A(\beta) \cdot e^{i\vartheta} - i \cdot \alpha_0 \cdot a_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot e^{i\vartheta}; \\ \mathfrak{H}_x &= -i \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot e^{i\vartheta}; \end{aligned} \quad (6)$$

(4a) stellt den Realteil dieser Lösungsform dar. — Es sei nun die komplexe Schreibweise beibehalten, aber zugleich der Fall betrachtet, daß die ebene Welle nicht mehr in der positiven  $x$ -Richtung fortschreitet, sondern daß ihre Fortpflanzungsrichtung mit der positiven  $x$ -Richtung den Winkel  $\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)$  einschließt, wobei  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$  sei:

$$(4b) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y = A_0 \cdot A(\beta) \cdot e^{i\vartheta} - i \cdot \alpha_0 \cdot a_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot e^{i\vartheta}; \\ \mathfrak{H}_x = \cos \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y - i \cdot \sin \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot e^{i\vartheta}; \\ \mathfrak{H}_z = \sin \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y + i \cdot \cos \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot e^{i\vartheta}; \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = 0; \\ \alpha_0 \lesssim A_0; \\ |\alpha_0| \ll 1; \end{array} \right.$$

$$\text{dabei ist jetzt: } \left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \alpha_0; \\ \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - l \right); \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} b = x \cdot \cos \varphi + z \cdot \sin \varphi; \\ l = x \cdot \sin \varphi - z \cdot \cos \varphi. \end{array} \right.$$

## § 2. Formeln für die Reflexion und Brechung

Es sei jetzt angenommen, daß in dem Halbraume  $z > 0$  die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_1$  sei, im Halbraume  $z < 0$  dagegen  $\epsilon_2 \leq \epsilon_1$ . Setzt man in der Lösung (4b) des § 1 für  $\epsilon$  den Wert  $\epsilon_1$  ein, so stellt der Realteil von (4b) für  $z \geq 0$  eine ebene Welle dar, die unter dem Einfallswinkel  $\varphi_1 = \varphi$  auf die Trennungsebene  $z = 0$  der beiden Medien trifft. Diese Welle ist senkrecht zur Einfallsebene ( $xz$  = Ebene) polarisiert. — Unter sinngemäßer Abänderung der Bezeichnungen erhält man aus (4b) die Ansätze für die einfallende (Index „e“), die reflektierte (Index „r“) und die ins zweite Medium eintretende gebrochene Welle (Index „g“) (es seien hier nur die zur Trennungsebene parallelen Komponenten von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  hingeschrieben):

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y^{(e)} = E_0 \cdot A(\beta_e) \cdot e^{i\varphi_e} - i \cdot \alpha_1 \cdot e_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_e} \cdot e^{i\varphi_e}; \\ \mathfrak{H}_x^{(e)} = \cos \varphi_1 \cdot \sqrt{\epsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(e)} \\ \quad - i \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sqrt{\epsilon_1} \cdot \alpha_1 \cdot E_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_e} \cdot e^{i\varphi_e}; \\ b_e = x \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \sin \varphi_1; \quad l_e = x \cdot \sin \varphi_1 - z \cdot \cos \varphi_1; \\ e_0 \leq E_0; \quad |\alpha_1| \ll 1. \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_e = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot b_e \cdot \alpha_1; \\ \varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\epsilon_1}} - l_e \right); \end{array} \right.$$

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y^{(r)} = R_0 \cdot A(\beta_r) \cdot e^{i\varphi_r} - i \cdot \alpha_1' \cdot r_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot e^{i\varphi_r}; \\ \mathfrak{H}_x^{(r)} = \cos \varphi_1' \cdot \sqrt{\epsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(r)} \\ \quad - i \cdot \sin \varphi_1' \cdot \sqrt{\epsilon_1} \cdot \alpha_1' \cdot R_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot e^{i\varphi_r}; \\ b_r = x \cdot \cos \varphi_1' + z \cdot \sin \varphi_1'; \quad l_r = x \cdot \sin \varphi_1' - z \cdot \cos \varphi_1'. \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_r = \frac{2\pi}{\lambda_1'} \cdot b_r \cdot \alpha_1'; \\ \varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda_1'} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\epsilon_1}} - l_r \right); \end{array} \right.$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y^{(g)} = G_0 \cdot A(\beta_g) \cdot e^{i\varphi_g} - i \cdot \alpha_2 \cdot g_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_g} \cdot e^{i\varphi_g}; \\ \mathfrak{H}_x^{(g)} = \cos \varphi_2 \cdot \sqrt{\epsilon_2} \cdot \mathfrak{E}_y^{(g)} \\ \quad - i \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sqrt{\epsilon_2} \cdot \alpha_2 \cdot G_0 \cdot \frac{dA}{d\beta_g} \cdot e^{i\varphi_g}; \\ b_g = x \cdot \cos \varphi_2 + z \cdot \sin \varphi_2; \quad l_g = x \cdot \sin \varphi_2 - z \cdot \cos \varphi_2. \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot b_g \cdot \alpha_2; \\ \varphi_g = \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\epsilon_2}} - l_g \right); \end{array} \right.$$

Bei allen drei Wellen ist  $\mathfrak{E}_z = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0$ .

In der Trennungsebene  $z = 0$  gelten die Grenzbedingungen:

$$(8) \quad \mathfrak{E}_y^{(e)} + \mathfrak{E}_y^{(r)} - \mathfrak{E}_y^{(g)} = 0 \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_x^{(e)} + \mathfrak{H}_x^{(r)} - \mathfrak{H}_x^{(g)} = 0.$$

Damit sie durch die Ansätze (5), (6) und (7) erfüllt werden können, müssen die Argumente  $\vartheta$  und  $\beta$  für  $z = 0$  folgenden Gleichungen genügen:

$$(9) \quad \vartheta_g = \vartheta_r = \vartheta_e \quad \text{und} \quad \beta_g = \beta_r = \beta_e \quad (\text{für } z = 0).$$

Es ergeben sich also die Beziehungen:

$$(9a) \quad \begin{cases} \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_2}} - x \cdot \sin \varphi_2 \right) \equiv \frac{2\pi}{\lambda_1'} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin \varphi_1' \right) \\ \qquad \qquad \qquad \equiv \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin \varphi_1 \right); \\ \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot x \cdot \cos \varphi_2 \cdot \alpha_2 \equiv \frac{2\pi}{\lambda_1'} \cdot x \cdot \cos \varphi_1' \cdot \alpha_1' \equiv \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x \cdot \cos \varphi_1 \cdot \alpha_1. \end{cases}$$

Da sie für jeden Wert von  $x$  und  $t$  gelten, so folgt weiter:

$$(10) \quad \sin \varphi_1' = \sin \varphi_1; \quad \sin \varphi_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \sin \varphi_1; \quad \lambda_1' = \lambda_1; \quad \lambda_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \lambda_1.$$

(Auch bei den hier verwendeten allgemeineren Ansätzen gilt also das gewöhnliche Reflexions- und Brechungsgesetz.) — Beachtet man, daß  $\cos \varphi_1' = -\cos \varphi_1$  und  $\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \sin^2 \varphi_1}$  gesetzt werden muß, so erhält man für die Konstanten  $\alpha_1'$  und  $\alpha_2$  die Beziehungen:

$$(11) \quad \alpha_1' = -\alpha_1 \quad \text{und} \quad \alpha_2 = \alpha_1 \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \sin^2 \varphi_1}} \left( = \alpha_1 \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \right).$$

Setzt man in die Grenzbedingungen (8) die Werte aus den Ansätzen (5), (6) und (7) ein und beachtet man dabei die Gl. (9), so erhält man — bei vorgegebenen Konstanten  $E_0$  und  $e_0$  — vier Gleichungen zur Bestimmung der vier Konstanten  $R_0$ ,  $G_0$  und  $r_0$ ,  $g_0$ . Hier ist folgende Bemerkung am Platze: Hätte man von vornherein willkürlich  $g_0 = r_0 = e_0 = 0$  gesetzt, so stellten die Ansätze (5), (6) und (7) zwar noch immer (angenäherte) Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen dar, aber die Grenzbedingungen der Maxwell'schen Theorie ließen sich dann nicht mehr erfüllen;  $R_0$  und  $G_0$  wären überbestimmt. Man erkennt nachträglich die Notwendigkeit der Einführung des „Zusatzgliedes“ (mit dem Faktor  $a_0$ ) im Lösungsansatz (4a) des § 1. — Die Konstante  $e_0$  darf frei vorgegeben werden, wenn nur  $e_0 \lesssim E_0$  ist. Der Einfachheit halber sei von jetzt ab stets  $e_0 = 0$  gesetzt. Man erhält dann für  $R_0$  und  $G_0$ :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_0 = \frac{\cos \varphi_1 - n \cdot \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1 + n \cdot \cos \varphi_2} \cdot E_0 \\ \text{und} \\ G_0 = \frac{2 \cos \varphi_1}{\cos \varphi_1 + n \cdot \cos \varphi_2} \cdot E_0 \quad \text{mit} \quad n = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}, \end{array} \right.$$

— also die bekannten Fresnelschen Formeln. — Für  $r_0$  und  $g_0$  ergeben sich die Beziehungen:

$$(13) \quad r_0 = 2 \operatorname{tg} \varphi_2 \cdot R_0 \quad \text{und} \quad g_0 = -2 \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot R_0.$$

## § 3. Der Fall der Totalreflexion

Die Ergebnisse von § 2 seien nun auf den speziellen Fall der Totalreflexion angewendet. Es sei also das zweite Medium optisch dünner als das erste, d. h.  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ ; ferner sei  $1 > \sin^2 \varphi_1 > \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ , also  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \sin^2 \varphi_1 > 1$ , so daß  $\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \sin^2 \varphi_1}$  eine rein imaginäre Größe ist. Für diese kann man schreiben:

$$(14) \quad \cos \varphi_2 = -i \cdot \frac{w}{n}, \quad \text{wobei } w = + \sqrt{\sin^2 \varphi_1 - n^2} \text{ ist } \left( n = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} \right).$$

(Das negative Vorzeichen der Wurzel  $w$  wird sich als physikalisch unbrauchbar erweisen.) — Die in § 2 für die Konstanten  $R_0$  und  $G_0$  gefundenen Ausdrücke (12) sind nun komplex und seien in bekannter Weise zweckmäßig umgeformt in:

$$(12a) \quad \begin{cases} R_0 = E_0 \cdot e^{i\delta_r}, & G_0 = \frac{2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{1 - n^2}} \cdot E_0 \cdot e^{i\delta_g}, \\ \text{wobei} \\ \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \delta_r \right) = \operatorname{tg} \delta_g = \frac{w}{\cos \varphi_1} \text{ ist } (w = + \sqrt{\sin^2 \varphi_1 - n^2}). \end{cases}$$

Entsprechend erhält man für die Konstanten  $r_0$  und  $g_0$  aus (13), wenn man (10), (12a) und (14) beachtet:

$$(13a) \quad \begin{cases} r_0 = 2i \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot E_0 \cdot e^{i\delta_r}; \\ g_0 = -2 \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot E_0 \cdot e^{i\delta_r} = -2 \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot E_0 \cdot e^{2i\delta_g}. \end{cases}$$

Das Argument der Exponentialfunktion  $e^{i\delta_g}$  der Welle (7) ist nun ebenfalls komplex. Es nimmt mit Rücksicht auf (10) und (14) die Form an:

$$\delta_g = \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin \varphi_1 \right) - \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot z \cdot w \cdot i \right\}.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$(15) \quad \vartheta_g' = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin \varphi_1 \right),$$

so kann man schreiben:

$$(16) \quad e^{i\delta_g} = e^{i\vartheta_g'} \cdot e^{2\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w}.$$

Die Exponentialfunktion  $e^{i\delta_g}$  spaltet also einen räumlich variablen „Dämpfungsfaktor“ ab, der in der Trennungsebene  $z = 0$  den Wert Eins hat und für negative Werte von  $z$ , die das zweite Medium kennzeichnen, rasch abnimmt. — Die Welle im zweiten

Medium schreitet in der positiven  $x$ -Richtung — also parallel der Trennungsebene — fort, und zwar mit der Geschwindigkeit  $\frac{c}{\sqrt{\epsilon_1 \cdot \sin \varphi_1}}$ .

Auch  $\beta_g$ , das Argument der Amplitudenfunktion  $A$ , wird für das zweite Medium jetzt komplex. Beachtet man, daß nach (11) und (14) gilt:

$$(11a) \quad \alpha_2 = i \cdot \frac{\cos \varphi_1}{w} \alpha_1,$$

so erhält man für  $\beta_g$  folgenden Ausdruck:

$$(17) \quad \begin{cases} \beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( x \cdot \cos \varphi_1 + i \cdot z \cdot \sin \varphi_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{w} \right) \cdot \alpha_1 \equiv (\xi + i \cdot \zeta); \\ \xi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x \cdot \alpha_1 \cdot \cos \varphi_1; \quad \zeta = \alpha_1 \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot 2\pi \cdot \sin \varphi_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{w}. \end{cases}$$

Für  $z < 0$  ist die Funktion  $A$  also selbst komplex. Da nur die Realteile der Lösungsansätze (5), (6) und (7) physikalische Bedeutung haben, so müßte für  $A$  jetzt eine spezielle, vollkommen definierte Funktion vorgegeben werden, damit man feststellen kann, welches die Realteile der Lösung sind. Bisher war von der Funktion  $A = A(\beta)$  nur vorausgesetzt, daß sie der Bedingung (3) des § 1 gehorcht, wodurch die langsame Veränderlichkeit von  $A$  gesichert wird. Eine Spezialisierung von  $A$  läßt sich aber auch noch weiterhin vermeiden, wenn man sich im zweiten Medium auf solche Werte von  $z$  beschränkt, für die  $\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1$  ist. — Physikalisch ist diese Einschränkung belanglos, da für größere Absolutbeträge von  $z$  der „Dämpfungsfaktor“ so klein wird, daß  $\mathfrak{E}^{(g)}$  und  $\mathfrak{H}^{(g)}$  praktisch gleich Null sind. — Ist  $\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1$ , so wird, da nach Voraussetzung  $|\alpha_1| \ll 1$  ist,  $|\zeta| \ll 1$ , wie (17) zeigt.

Es sei nun angenommen, daß  $A(\beta_g)$  eine reguläre analytische Funktion von  $\beta_g = (\xi + i \zeta)$  sei; dann darf man schreiben:

$$(18) \quad \begin{cases} \{A(\beta_g)\}_{|\zeta| \ll 1} = A(\xi) + i \zeta \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi}; \\ \left\{ \frac{dA}{d\beta_g} \right\}_{|\zeta| \ll 1} = \frac{\partial A}{\partial \xi} + i \zeta \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2}, \end{cases}$$

oder, wenn man für  $\zeta$  den Wert aus (17) einsetzt und beachtet, daß für  $A$  die Bedingung (3) des § 1 gelten soll, und daß  $|\alpha_1| \ll 1$  ist:

$$(18a) \quad \begin{cases} \{A(\beta_g)\}_{\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1} = A(\xi) + i \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot 2\pi \cdot \sin \varphi_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{w}; \\ \alpha_1 \cdot \left\{ \frac{dA}{d\beta_g} \right\}_{\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1} = \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi}. \end{cases}$$

Für solche negativen Werte von  $z$ , für die  $\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1$  ist, läßt sich nun also der Realteil des Lösungsansatzes (7) angeben. Man erhält unter Berücksichtigung der in diesem und dem vorigen Paragraphen gefundenen Formeln:

$$(7a) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_y^{(g)} &= \frac{2}{\sqrt{1-n^2}} \cdot e^{2\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w} \cdot E_0 \cdot \left\{ \cos(\vartheta_g' + \delta_g) \right. \\ &\quad \cdot \left[ A(\xi) - \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] \cdot \cos \varphi_1 \\ &\quad \left. + \sin(\vartheta_g' + \delta_g) \cdot \left[ 1 - 2\pi \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1}{w} \cdot \frac{z}{\lambda_1} \right] \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot \sin \varphi_1 \right\}; \\ \mathfrak{E}_x^{(g)} &= \frac{2 \cdot \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{1-n^2}} \cdot w \cdot e^{2\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w} \cdot E_0 \cdot \left\{ \sin(\vartheta_g' + \delta_g) \right. \\ &\quad \cdot \left[ A(\xi) - \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] \cdot \cos \varphi_1 + \\ &\quad \left. - \cos(\vartheta_g' + \delta_g) \cdot \left[ 1 - 2\pi \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1}{w} \cdot \frac{z}{\lambda_1} - \left( \frac{\cos \varphi_1}{w} \right)^2 \right] \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot \sin \varphi_1 \right\}; \\ \mathfrak{H}_z^{(g)} &= \frac{2 \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{1-n^2}} \cdot \sin \varphi_1 \cdot e^{2\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w} \cdot E_0 \cdot \left\{ \cos(\vartheta_g' + \delta_g) \right. \\ &\quad \cdot \left[ A(\xi) - \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] \cdot \cos \varphi_1 \\ &\quad \left. + \sin(\vartheta_g' + \delta_g) \cdot \left[ 1 - 2\pi \cdot \frac{\cos^2 \varphi_1}{w} \cdot \frac{z}{\lambda_1} - \operatorname{ctg}^2 \varphi_1 \right] \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot \sin \varphi_1 \right\}; \\ \vartheta_g' &= \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin \varphi_1 \right); \quad \xi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x \cdot \alpha_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ \operatorname{tg} \delta_g &= \frac{w}{\cos \varphi_1}; \quad w = + \sqrt{\sin^2 \varphi_1 - n^2}; \quad n = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}. \end{aligned} \right.$$

Im Halbraume  $z > 0$  ( $\varepsilon = \varepsilon_1$ ) ergibt sich der Realteil der Lösung (6) zu:

$$(6a) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_y^{(r)} &= E_0 \cdot \cos(\vartheta_r + \delta_r) \\ &\quad \cdot \left\{ A(\beta_r) - 2 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \right\}; \\ \mathfrak{E}_x^{(r)} &= -\cos \varphi_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(r)} - \sin \varphi_1 \\ &\quad \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot \sin(\vartheta_r + \delta_r) \cdot E_0; \\ \mathfrak{H}_z^{(r)} &= \sin \varphi_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(r)} - \cos \varphi_1 \\ &\quad \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot \sin(\vartheta_r + \delta_r) \cdot E_0; \\ b_r &= -x \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \sin \varphi_1; \quad l_r = x \cdot \sin \varphi_1 + z \cdot \cos \varphi_1. \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \delta_r \right) &= \frac{w}{\cos \varphi_1}; \\ \beta_r &= -\frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot b_r \cdot \alpha_1; \\ \vartheta_r &= \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - l_r \right); \end{aligned} \right.$$



Und schließlich die einfallende Welle, also Realteil der Lösung (5):

$$(5a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y^{(e)} = E_0 \cdot A(\beta_e) \cdot \cos \vartheta_e; \quad (e_0 = 0!) \\ \mathfrak{E}_x^{(e)} = \cos \varphi_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(e)} + \sin \varphi_1 \\ \quad \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_e} \cdot \sin \vartheta_e \cdot E_0; \\ \mathfrak{E}_z^{(e)} = \sin \varphi_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \mathfrak{E}_y^{(e)} - \cos \varphi_1 \\ \quad \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_e} \cdot \sin \vartheta_e \cdot E_0; \\ b_e = x \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \sin \varphi_1; \quad l_e = x \cdot \sin \varphi_1 - z \cdot \cos \varphi_1. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_e = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot b_e \cdot \alpha_1; \\ \vartheta_e = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - l_e \right); \end{array} \right. \quad (22)$$

Bei allen drei Wellen ist  $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0$ .

#### § 4. Die zeitlichen Mittelwerte der Energie bei Totalreflexion

Wir wollen nun die Energieströmung in den Wellen (5a), (6a) und (7a) untersuchen. Sie ist gegeben durch den Poyntingschen Vektor  $\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} \cdot [\mathfrak{E} \mathfrak{H}]$ . Physikalische Bedeutung hat nur der zeitliche Mittelwert von  $\mathfrak{S}$ :

$$\bar{\mathfrak{S}} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \mathfrak{S} \cdot dt, \quad \text{mit} \quad T = \frac{\lambda_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_1}}{c}.$$

Da die drei Wellen senkrecht zur Einfallsebene ( $y = 0$ ) polarisiert sind, so ist  $\mathfrak{S}_y = \bar{\mathfrak{S}}_y = 0$ . Für die übrigen Komponenten von  $\bar{\mathfrak{S}}$  erhält man, — wenn man bei (6a) und (7a) noch beachtet, daß Glieder mit dem Faktor  $\alpha_1^2$  vernachlässigt werden dürfen, — folgende Ausdrücke:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathfrak{S}}_x^{(e)} = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \sin \varphi_1 \cdot E_0^2 \cdot \{A(\beta_e)\}^2, \\ \bar{\mathfrak{S}}_z^{(e)} = -\frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \varphi_1 \cdot E_0^2 \cdot \{A(\beta_e)\}^2; \end{array} \right.$$

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathfrak{S}}_x^{(r)} = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \sin \varphi_1 \cdot E_0^2 \cdot \{[A(\beta_r)]^2 - 4 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot A(\beta_r)\}, \\ \bar{\mathfrak{S}}_z^{(r)} = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \varphi_1 \cdot E_0^2 \cdot \{[A(\beta_r)]^2 - 4 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot A(\beta_r)\}; \end{array} \right.$$

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathfrak{S}}_x^{(g)} = \frac{c}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{1-n^2} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot e^{4\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w} \cdot E_0^2 \\ \quad \cdot \{[A(\xi)]^2 - 2 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot A(\xi)\}, \\ \bar{\mathfrak{S}}_z^{(g)} = -\frac{c}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{1-n^2} \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot e^{4\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w} \\ \quad \cdot E_0^2 \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \cdot A(\xi). \end{array} \right.$$

Dabei sind die Argumente der Amplitudenfunktion  $A$  nach (5a), (6a) und (7a):

$$(22) \left\{ \begin{array}{l} \beta_e = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot b_e \cdot \alpha_1, \\ b_e = x \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \sin \varphi_1; \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \beta_r = -\frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot b_r \cdot \alpha_1, \\ b_r = -x \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \sin \varphi_1; \end{array} \right\} \quad \chi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x \cdot \alpha_1 \cdot \cos \varphi_1.$$

Man erkennt zunächst aus (19) und (20):  $\overline{\mathcal{E}}^{(e)}$  hat die Richtung der einfallenden Welle und  $\overline{\mathcal{E}}^{(r)}$  die der reflektierten. Für den Betrag von  $\overline{\mathcal{E}}^{(e)}$  folgt aus (19):

$$(19a) \quad |\overline{\mathcal{E}}^{(e)}| = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_0^2 \cdot \{A(\beta_e)\}^2;$$

er ist also in der Einfallsebene senkrecht zur Einfallsrichtung langsam veränderlich. Die Amplitudenfunktion  $A(\beta_e)$  der einfallenden Welle sei speziell etwa so gewählt, daß sie, wenn man senkrecht zur Einfallsrichtung fortschreitet, von dem Wert Null allmählich in den Wert Eins und danach wieder allmählich in den Wert Null übergeht, wobei das Gebiet, in dem  $A = 1$  ist, sehr groß gegen die Übergangsgebiete sei, und diese noch sehr groß gegen die Wellenlänge  $\lambda_1$ . Dem Verlauf von  $A$  entsprechend, geht  $|\overline{\mathcal{E}}^{(e)}|$ , wenn man senkrecht zur Einfallsrichtung fortschreitet, von dem Wert Null allmählich in den Wert  $\frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_0^2$  und danach wieder allmählich in den Wert Null über. — Die Trennungsebene  $z = 0$  der beiden Medien wird also nicht mehr — wie es bei einer seitlich unbegrenzten ebenen Welle ( $\alpha_1 = 0$ !) der Fall wäre — in ihrer ganzen Ausdehnung von der Energieströmung der einfallenden Welle getroffen, sondern nur in einem bestimmten Intervall  $X$ ; dieses besteht aus einem Mittelgebiet  $M$ , in welchem  $|\overline{\mathcal{E}}^{(e)}| = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_0^2$  ist, und aus einem rechts und links davon liegenden Randgebiet  $R$ , in welchem  $|\overline{\mathcal{E}}^{(e)}|$  allmählich auf den Wert Null herabsinkt. (Dabei ist  $X = \frac{B}{\cos \varphi_1}$ , wenn  $B$  die „Breite“ der einfallenden Welle bedeutet.)

Die Energieströmung der reflektierten Welle geht von denjenigen Gebieten der Trennungsebene aus, die von der einfallenden Welle getroffen werden. Man könnte nun hier, im Falle der Totalreflexion, vielleicht vermuten, daß der Betrag von  $\overline{\mathcal{E}}^{(r)}$  an jeder Stelle der Trennungsebene denselben Wert habe, wie ihn der Betrag von  $\overline{\mathcal{E}}^{(e)}$  an der betreffenden Stelle hat. Diese Vermutung ist jedoch nicht ganz richtig. Nach (20) ist ja:

$$(20a) \quad |\overline{\mathcal{E}}^{(r)}| = \frac{c}{8\pi} \cdot \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_0^2 \cdot \left\{ [A(\beta_r)]^2 - 4 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{dA}{d\beta_r} \cdot A(\beta_r) \right\}.$$

In der Trennungsebene  $z = 0$  gilt:  $\beta_e = \beta_r = \xi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x \cdot \alpha_1 \cdot \cos \varphi_1$ .

Man erkennt leicht, daß  $|\bar{\mathcal{E}}^{(r)}|_{(z=0)}$  nur in denjenigen Gebieten mit  $|\bar{\mathcal{E}}^{(e)}|_{(z=0)}$  übereinstimmen kann, in denen die Amplitudenfunktion  $A = A(\xi)$  einen festen Wert — Eins oder Null — hat, also  $\frac{\partial A}{\partial \xi} = 0$  ist.

In den Randgebieten aber, wo  $\frac{\partial A}{\partial \xi} > 0$  bzw.  $\frac{\partial A}{\partial \xi} < 0$  ist, wird — bei  $\alpha_1 > 0$  — weniger bzw. mehr Energie reflektiert, als der einfallenden Energie entspricht. Die in dem linken Randgebiet für

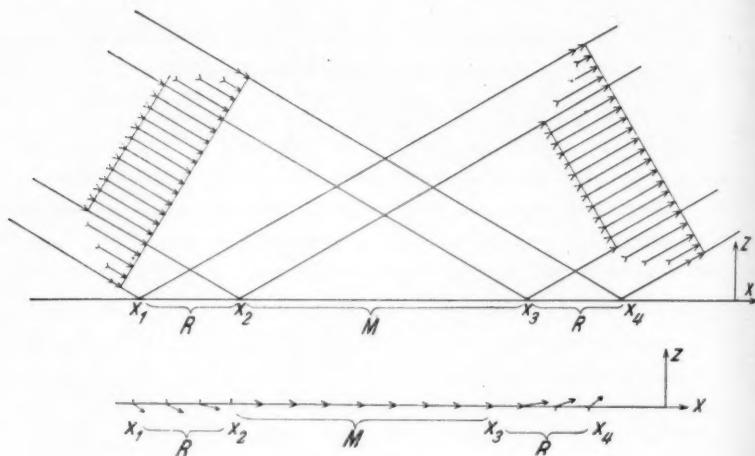


Abb. 1a u. 1b

die Reflexion verlorengelassene Energie tritt dort in das zweite Medium über, um dann im rechten Randgebiet restlos wieder in das erste Medium zurückzufliessen. Die Abweichung von der Totalität der Reflexion ist jedoch jeweils nur ganz gering, da nach Voraussetzung  $\left| \alpha_1 \frac{\partial A}{\partial \xi} \right| \ll |A|$  ist.

Abb. 1a stellt den Verlauf von  $\bar{\mathcal{E}}^{(e)}$  bzw.  $\bar{\mathcal{E}}^{(r)}$  in einem beliebigen Querschnitt durch die einfallende bzw. die reflektierte Welle dar. Die  $y$ -Achse ist senkrecht zur Ebene der Zeichnung (Einfallsebene) zu denken. Das von der einfallenden Welle getroffene Gebiet der Trennungsebene  $z = 0$  erstreckt sich ungefähr von  $x_1$  bis  $x_4$ . Das Mittelgebiet  $M$  ist durch die Strecke  $x_2$  bis  $x_3$  dargestellt; die Randgebiete  $R$  verlaufen zwischen  $x_1$  und  $x_2$  bzw.  $x_3$  und  $x_4$ . Hierbei ist  $M \gg R \gg \lambda_1$  zu denken.

Die Ergebnisse der Untersuchung von  $\overline{\mathcal{E}}^{(e)}$  und  $\overline{\mathcal{E}}^{(r)}$  werden bei Betrachtung von  $\overline{\mathcal{E}}^{(g)}$  bestätigt. Man ersieht aus (21): In den Randgebieten der Trennungsebene  $z = 0$ , wo  $\frac{\partial A}{\partial \xi} > 0$  bzw.  $\frac{\partial A}{\partial \xi} < 0$  ist, wird  $\overline{\mathcal{E}}_z^{(g)} < 0$  bzw.  $\overline{\mathcal{E}}_z^{(g)} > 0$ . Im Mittelgebiet, wo  $A$  den Wert Eins auf langer Strecke beibehält, so daß dort  $\frac{\partial A}{\partial \xi} = 0$  ist, wird  $\overline{\mathcal{E}}_z^{(g)} = 0$ : die Energie strömt dort (im zeitlichen Mittel) streng parallel der Trennungsebene, und zwar in der positiven  $x$ -Richtung, da überall  $\overline{\mathcal{E}}_x^{(g)} > 0$  ist.

Der Betrag von  $\overline{\mathcal{E}}^{(g)}$  wird, — da überall  $|\overline{\mathcal{E}}_z^{(g)}| \ll |\overline{\mathcal{E}}_x^{(g)}|$  und  $\overline{\mathcal{E}}_y^{(g)} = 0$  ist, — im wesentlichen durch die Parallelkomponente  $\overline{\mathcal{E}}_x^{(g)}$  dargestellt, und diese verhält sich (für  $z = 0$ ) im wesentlichen wie  $c \cdot E_0^2 \cdot \{A(\xi)\}^2$ . Der Betrag von  $\overline{\mathcal{E}}^{(g)}$  hat also in dem Mittelgebiet, wo  $A^2 = 1$  ist, gleichfalls einen festen, von Null verschiedenen Wert und sinkt nach links und rechts hin dann mit  $A^2$  allmählich auf Null ab.

Für den Neigungswinkel  $\gamma$  von  $\overline{\mathcal{E}}^{(g)}$  gegen die Trennungsebene  $z = 0$  gilt:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \overline{\mathcal{E}}_z^{(g)} : \overline{\mathcal{E}}_x^{(g)} \\ &= -\frac{\cos \varphi_1}{w} \cdot \left\{ \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \right\} : \left\{ A(\xi) - 2 \cdot \frac{\sin \varphi_1}{w} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \xi} \right\}. \end{aligned}$$

Im Mittelgebiet, wo  $A = 1$  und  $\frac{\partial A}{\partial \xi} = 0$  ist, wird  $\operatorname{tg} \gamma = 0$ . Entfernt man sich vom Mittelgebiet nach rechts oder links, so steigt  $|\operatorname{tg} \gamma|$  an, bleibt aber überall sehr klein. — Dieses Ergebnis stimmt mit dem von Herrn Picht überein, wie aus der Abb. 6 (S. 472, § 10) seiner Arbeit<sup>1)</sup> hervorgeht.

Abb. 1b stellt in gegenüber 1a verändertem Maßstabe den Verlauf von  $\overline{\mathcal{E}}^{(g)}$  in (bzw. unmittelbar unter) der Trennungsebene  $z = 0$  dar. Der Neigungswinkel  $\gamma$  ist durchweg sehr viel kleiner als der Einfallswinkel  $\varphi_1$  zu denken.

1) Ann. d. Phys. [5] 3. S. 433 ff., 1929. (Vgl. die Einleitung zu vorliegender Arbeit.) — Herr Picht behauptet dort (S. 473; vgl. auch wieder Abb. 6) jedoch noch weiter, daß „der Gesamtbetrag der Energieströmung nach den Randstrahlen hin anwächst“, während aus der hier durchgeführten Darstellung das Gegenteil hervorgeht. — Die Bemerkungen von Herrn Picht (S. 473, § 11) über die Ausdehnung des Gebietes, in welchem die Energie parallel zur Trennungsebene fließt, widersprechen gleichfalls den hier gefundenen Ergebnissen. Dies mag seinen Grund darin haben, daß die seitlich begrenzte ebene Welle bei Herrn Picht als Grenzfall der endlich geöffneten Zylinderwelle behandelt wird. Der Weg, auf dem Herr Picht zu seinen Resultaten gelangt, ist durch die mathematische Kompliziertheit seiner Darstellung schwer zu übersehen.

## II. Teil

## § 5. Die seitlich begrenzte ebene Welle als Integral über unbegrenzte ebene Wellen verschiedener Richtung

Die seitlich begrenzte ebene Welle wurde in § 1 aufgefaßt als eine einzelne ebene Welle, deren Amplitude senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellenphase langsam veränderlich ist. Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß man eine solche Welle auch darstellen kann als Integral über unbegrenzte ebene Wellen von verschiedener Fortpflanzungsrichtung.

Wie man leicht einsieht, können die Maxwellschen Gleichungen durch folgenden Ansatz exakt gelöst werden:

$$(23) \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_\alpha \cdot d\alpha, \text{ mit} \\ \Theta_\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left\{ \frac{ct}{V_\varepsilon} - [x \cdot \sin(\varphi + \alpha) - z \cdot \cos(\varphi + \alpha)] \right\}; \\ \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \cos(\varphi + \alpha) \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_\alpha \cdot d\alpha; \\ \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \sin(\varphi + \alpha) \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_\alpha \cdot d\alpha; \end{array} \right\} \quad \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0;$$

$\psi(\alpha)$  bedeute darin zunächst eine beliebige Funktion von  $\alpha$ <sup>1)</sup>.

Es sei nun  $0 < \alpha_0 \ll 1$ , d. h. die Richtung der einzelnen Partialwellen weiche nur sehr wenig von der mittleren Richtung  $\varphi$  ab. In diesem Falle darf man auf dem ganzen Integrationswege in erster Näherung setzen:

$$\Theta_\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left\{ \frac{ct}{V_\varepsilon} - [x \cdot (\sin \varphi + \alpha \cdot \cos \varphi) - z \cdot (\cos \varphi - \alpha \cdot \sin \varphi)] \right\}$$

oder:

$$(24) \left\{ \begin{array}{l} \Theta_\alpha = (\vartheta - \beta' \cdot \alpha), \\ \text{mit} \\ \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{V_\varepsilon} - l \right); \\ \beta' = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b; \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} l = x \cdot \sin \varphi - z \cdot \cos \varphi; \\ b = x \cdot \cos \varphi + z \cdot \sin \varphi; \end{array} \right\} \quad |\alpha| \ll 1$$

Aus der exakten Lösung (23) wird mit Benutzung von (24) die angenäherte Lösung:

1) Bei der Pichtschen Zylinderwelle ist  $\psi(\alpha) = \cos(\varphi + \alpha)$ ; außerdem tritt dort noch eine Phasenverschiebung auf:  $\Delta\alpha = 2\pi \cdot \frac{l_0}{\lambda} \cdot \cos \alpha$ , wobei  $l_0 \gg \lambda$  und konstant ist. — Die Buchstabenbenennung ist hier anders gewählt als bei Herrn Picht.

$$(23a) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_y = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\vartheta - \beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha; & \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \\ \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \cos \varphi \cdot \mathfrak{E}_y - \sqrt{\varepsilon} \cdot \sin \varphi \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \alpha \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos(\vartheta - \beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha; \\ \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \sin \varphi \cdot \mathfrak{E}_y + \sqrt{\varepsilon} \cdot \cos \varphi \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \alpha \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos(\vartheta - \beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha. \end{cases}$$

Nach einem Vorschlag, der sich bei L. de Broglie<sup>1)</sup> findet, sei jetzt vorausgesetzt, daß  $\psi = \psi(\alpha)$  eine gerade Funktion von  $\alpha$  sei. Beachtet man dann die Beziehung:

$$\cos(\vartheta - \beta' \cdot \alpha) = \cos \vartheta \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) + \sin \vartheta \cdot \sin(\beta' \cdot \alpha)$$

so erhält man aus (23a):

$$(23b) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_y = \cos \vartheta \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha; & \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \\ \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \cos \varphi \cdot \mathfrak{E}_y - \sqrt{\varepsilon} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \vartheta \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \alpha \cdot \psi(\alpha) \cdot \sin(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha; \\ \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \sin \varphi \cdot \mathfrak{E}_y + \sqrt{\varepsilon} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \alpha \cdot \psi(\alpha) \cdot \sin(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha. \end{cases}$$

Es ist:

$$\int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \alpha \cdot \psi(\alpha) \cdot \sin(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha = - \frac{\partial}{\partial \beta'} \left\{ \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha \right\}.$$

Zur Abkürzung sei  $\int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha = a(\beta', \alpha_0)$  gesetzt.

Man erkennt nun leicht, daß sich der Lösungsansatz (23b) mit dem Realteil des Lösungsansatzes (4b) aus § 1 in Übereinstimmung bringen läßt, falls dort noch speziell  $\alpha_0 = 0$  gewählt wird. Der Ausdruck  $\beta$  in (4b) und der Ausdruck  $\beta'$  in (23b) bzw. in (24) sind durch die Beziehung  $\beta = \beta' \cdot \alpha_0$  verknüpft, so daß man also in (4b) schreiben kann:

$$A(\beta) = A(\beta' \cdot \alpha_0) \quad \text{und} \quad \alpha_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} = \frac{dA}{d\beta'}.$$

Der Realteil der Lösung (4b) stimmt mit (23b) überein, wenn man

$$A_0 \cdot A(\beta' \cdot \alpha_0) = a(\beta', \alpha_0) = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha$$

1) L. de Broglie, „Einführung in die Wellenmechanik“, S. 43 ff.



macht. Zunächst ist diese Übereinstimmung nur formaler Art; denn die Maxwell'schen Gleichungen können durch den Ansatz (4b) nur dann in erster Näherung gelöst werden, wenn die Amplitudenfunktion  $A = A(\beta)$  der Bedingung (3) des § 1 gehorcht. Demgemäß sei nun in (23 b) die gerade Funktion  $\psi = \psi(\alpha)$  so gewählt, daß

bei  $\alpha_0 \ll 1$  die Funktion  $a(\beta', \alpha_0) = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos(\beta' \cdot \alpha) \cdot d\alpha$  für sämtliche Werte von  $\beta'$  folgende Bedingung erfüllt:

$$\left| \frac{\partial^2 a}{\partial \beta'^2} \right| \ll \left| \frac{\partial a}{\partial \beta'} \right| \ll |a|.$$

#### § 6. Totale Reflexion und Brechung der Integranden. Auswirkung auf die Integrale

Wie in § 2 sei nun wieder  $z = 0$  die Trennungsebene zweier Isolatoren; im Halbraume  $z > 0$  sei  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , im Halbraume  $z < 0$  dagegen sei  $\varepsilon = \varepsilon_2$ . Wie in § 3 sei ferner  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ . Es möge dann ein Bündel ebener Wellen von der Art, wie es im Ansatz (23) des § 5 dargestellt wurde, aus dem Halbraume  $z > 0$  kommend, auf die Ebene  $z = 0$  treffen, und zwar seien dabei die Einfallswinkel der Partialwellen sämtlich größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion. —  $\mathfrak{E}^{(e)}$  und  $\mathfrak{H}^{(e)}$  seien also aus (23) entnommen, nachdem dort  $\lambda = \lambda_1$ ,  $\varphi = \varphi_1$  und  $\varepsilon = \varepsilon_1$  gesetzt wurde. Man erhält für die Komponenten:

$$(25) \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_y^{(e)} = \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_a^{(e)} \cdot d\alpha, \text{ mit} \\ \Theta_a^{(e)} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left\{ \frac{c t}{V \varepsilon_1} - \left[ x \cdot \sin(\varphi_1 + \alpha) - z \cdot \cos(\varphi_1 + \alpha) \right] \right\}; \\ \mathfrak{H}_x^{(e)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \cos(\varphi_1 + \alpha) \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_a^{(e)} \cdot d\alpha; \\ \mathfrak{H}_z^{(e)} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \sin(\varphi_1 + \alpha) \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos \Theta_a^{(e)} \cdot d\alpha; \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \mathfrak{E}_x^{(e)} = \mathfrak{E}_z^{(e)} = \mathfrak{H}_y^{(e)} = 0. \end{array} \right.$$

Da auf dem ganzen Integrationswege die Beziehung:

$$1 > \sin^2(\varphi_1 + \alpha) > \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} (= n^2)$$

erfüllt sein soll, so gelten für die einzelnen Partialwellen die Formeln der Totalreflexion (und zwar die gewöhnlichen Formeln, wie sie in § 3 für  $\alpha_1 = 0$  auftreten würden); für das reflektierte Bündel ist also z. B.  $\mathfrak{E}_y^{(r)}$  gegeben durch:

$$(26) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_y^{(r)} &= \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \psi(\alpha) \cdot \cos \{ \Theta_\alpha^{(r)} + \delta_r(\varphi_1 + \alpha) \} \cdot d\alpha \quad \text{mit} \\ \Theta_\alpha^{(r)} &= \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left\{ \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - [x \cdot \sin(\varphi_1 + \alpha) + z \cdot \cos(\varphi_1 + \alpha)] \right\}; \\ \operatorname{tg} \left\{ \frac{1}{2} \delta_r(\varphi_1 + \alpha) \right\} &= \frac{w(\varphi_1 + \alpha)}{\cos(\varphi_1 + \alpha)}. \end{aligned} \right.$$

Hier und im folgenden ist:  $w(\varphi_1 + \alpha) = + \sqrt{\sin^2(\varphi_1 + \alpha) - n^2}$ . — Im Halbraume  $z \leq 0$  ergibt sich  $\mathfrak{E}_y^{(g)}$  als:

$$(27) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_y^{(g)} &= \frac{2}{\sqrt{1-n^2}} \cdot \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \cos(\varphi_1 + \alpha) \cdot e^{2\pi \cdot \frac{z}{\lambda_1} \cdot w(\varphi_1 + \alpha)} \\ &\quad \cdot \psi(\alpha) \cdot \cos \{ \Theta_\alpha^{(g)} + \delta_g(\varphi_1 + \alpha) \} \cdot d\alpha; \\ \Theta_\alpha^{(g)} &= \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \left\{ \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon_1}} - x \cdot \sin(\varphi_1 + \alpha) \right\}; \\ \operatorname{tg} \{ \delta_g(\varphi_1 + \alpha) \} &= \frac{w(\varphi_1 + \alpha)}{\cos(\varphi_1 + \alpha)}. \end{aligned} \right.$$

Es sei nun genau wie in § 5 vorausgesetzt, daß  $0 < \alpha_0 \ll 1$  und  $\psi(+\alpha) \equiv \psi(-\alpha)$  sei. Ähnliche Umformungen wie die, welche in § 5 von der exakten Lösung (23) zu der angenäherten Lösung (23b) führten, lassen sich nun auch mit den Lösungsansätzen (25), (26) und (27) vornehmen. Bei (27) ist hinsichtlich der Entwicklung der Exponentialfunktion zu beachten, daß man sich — wie schon vorher in Teil I — auf solche (negativen)  $z$ -Werte beschränken darf, für die  $\left| \frac{z}{\lambda_1} \right| \lesssim 1$  ist. — Die aus (25), (26) und (27) hervorgehenden Lösungen lassen sich mit den in § 3 erhaltenen Lösungen (5a), (6a) und (7a) in Übereinstimmung bringen, wie es sein muß. Die Durchführung der Rechnung erfolgt nach denselben Gesichtspunkten, wie sie in § 5 beim Vergleich der Lösung (23b) mit dem Realteil der Lösung (4b) aus § 1 angewandt wurden.

### III. Teil

#### § 7. Die seitlich und zeitlich begrenzte Welle

Im Anschluß an die in § 1 durchgeführten Untersuchungen über die Möglichkeit, eine ebene Welle *seitlich* zu begrenzen, sei jetzt das Problem der *zeitlichen* Begrenzung einer ebenen Welle behandelt; eine zeitliche Begrenzung bedeutet natürlich zugleich eine Begrenzung in der Fortpflanzungsrichtung.

Es seien  $A_0$  und  $\lambda$  positive reelle Konstanten. Dann stellt der Ansatz:

$$(28) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_x = \mathcal{E}_z = \mathcal{H}_y = 0 \\ \mathcal{E}_y = A_0 \cdot f(\vartheta) \text{ mit } \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - x \right); \\ \mathcal{H}_x = 0, \quad \mathcal{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathcal{E}_y \end{array} \right.$$

eine exakte Lösung der Maxwell'schen Gleichungen dar, und zwar bei beliebiger Wahl der Funktion  $f = f(\vartheta)$ . Dieser Ansatz bedeutet eine beliebige ebene elektromagnetische Störung, die mit der Geschwindigkeit  $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$  in der positiven  $x$ -Richtung fortschreitet.

Es sei nun speziell:

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} f(\vartheta) = 0 \text{ für } \vartheta < 0, \text{ d. h. für } t < \frac{x \cdot \sqrt{\varepsilon}}{c}, \\ f(\vartheta) = \cos \vartheta \text{ für } \vartheta > 0, \text{ d. h. für } t > \frac{x \cdot \sqrt{\varepsilon}}{c}. \end{array} \right.$$

In diesem Falle bedeutet der Ansatz (28) eine in der positiven  $x$ -Richtung fortschreitende ebene Welle, — ähnlich wie der Ansatz (1) aus § 1. Im Gegensatz zu (1) ist diese Welle aber nicht mehr zeitlich und räumlich unendlich ausgedehnt. Vielmehr setzt die elektromagnetische Schwingung auf irgendeiner Ebene  $x = x_0$  erst zur Zeit  $t = t_0 = \frac{x_0 \cdot \sqrt{\varepsilon}}{c}$  ein. Vor dieser Zeit ( $t < t_0$ ) herrscht dort und auf allen Ebenen  $x > x_0$  Ruhe. — Die Geschwindigkeit der Wellenfront ist gleich der Phasengeschwindigkeit  $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$ .

Die Möglichkeit einer seitlichen Begrenzung ergibt sich hier ähnlich wie in § 1: Man muß in (28) an Stelle des konstanten „Amplitudenfaktors“  $A_0$  eine in der  $z$ -Richtung veränderliche Funktion  $A \left( 2\pi \cdot \frac{z}{\lambda} \cdot \alpha_0 \right) = A(\beta)$  einführen, die den einschränkenden Bedingungen (2) bzw. (3) des § 1 zu unterwerfen ist. — Die Annahme eines von  $z$  abhängigen Amplitudenfaktors hat wieder das Auftreten einer „longitudinalen“ Komponente  $\mathcal{H}_x \neq 0$  zur Folge. Der Lösungsansatz für die beliebige ebene Störung mit seitlicher Begrenzung lautet formal ähnlich wie der Ansatz (4) für die seitlich begrenzte ebene Welle. Zur Vereinfachung der Rechnung sei noch eine Funktion  $F = F(\vartheta)$  eingeführt, die mit  $f(\vartheta)$  durch die Beziehung  $f(\vartheta) \equiv \frac{dF}{d\vartheta}$  verknüpft sei. Dann läßt sich der Lösungsansatz schreiben:

$$(30) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_x = \mathcal{E}_z = \mathcal{H}_y = 0; \\ \mathcal{E}_y = A(\beta) \cdot \frac{dF}{d\vartheta}; \quad \mathcal{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta), \quad \mathcal{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathcal{E}_y; \\ \text{Dabei ist: } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z \cdot \alpha_0, \quad \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - x \right), \quad |\alpha_0| \ll 1, \end{array} \right.$$

oder, als Analogon zu (4a):

$$(30a) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_y = A_0 \cdot A(\beta) \cdot \frac{dF}{d\vartheta} + \alpha_0 \cdot a_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta); \\ \mathfrak{H}_x = \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta), \quad \mathfrak{H}_z = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y; \quad \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \\ \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z \cdot \alpha_0; \quad \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - x \right); \quad |\alpha_0| \leq 1. \end{cases}$$

Hierbei sei wieder die Konstante  $\alpha_0$  höchstens von gleicher Größenordnung wie die Konstante  $A_0$ .

Damit (30) bzw. (30a) die Maxwell'schen Gleichungen in erster Näherung lösen kann, muß die Amplitudenfunktion  $A(\beta)$  die Bedingung (3) des § 1 erfüllen. Wie eine leichte Rechnung zeigt, darf bei variabler Amplitude aber auch die Funktion  $F(\vartheta)$  nicht mehr völlig frei vorgegeben werden, sondern sie muß der Bedingung

$$(31) \quad |F(\vartheta)| \lesssim \left| \frac{d^2 F}{d\vartheta^2} \right|$$

gehörchen. — Will man  $F(\vartheta)$  speziell so vorgeben, daß (30) bzw. (30a) eine zeitlich begrenzte ebene Welle darstellt, so bildet (31) hierfür kein Hindernis. Wenn man nämlich entsprechend den Gl. (29) — mit Rücksicht auf die Beziehung  $f(\vartheta) \equiv \frac{dF}{d\vartheta}$  — ansetzt:

$$(29a) \quad \begin{cases} F(\vartheta) = 0 \text{ für } \vartheta < 0, \\ F(\vartheta) = \sin \vartheta \text{ für } \vartheta > 0, \end{cases}$$

so ist ja  $|F(\vartheta)| \equiv \left| \frac{d^2 F}{d\vartheta^2} \right|$ , — die Bedingung (31) also noch erfüllt.

Es ist zweckmäßig, zur komplexen Schreibweise überzugehen und (29a) dementsprechend zu ersetzen durch:

$$(29b) \quad \begin{cases} F(\vartheta) = 0 & \text{für } \Re(\vartheta) < 0; \\ F(\vartheta) = -i \cdot e^{i\vartheta} & \text{für } \Re(\vartheta) > 0; \end{cases} \quad \Re(\vartheta): \text{ Realteil von } \vartheta.$$

Betrachtet man den Fall, daß die Fortpflanzungsrichtung der ebenen Störung mit der positiven  $x$ -Richtung den Winkel  $\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)$  einschließt, wobei wieder  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$  sei, so erhält man aus (30a):

$$(30b) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_y = A_0 \cdot A(\beta) \cdot \frac{dF}{d\vartheta} + \alpha_0 \cdot a_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta); \\ \mathfrak{H}_x = \cos \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y + \sin \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta); \\ \mathfrak{H}_z = \sin \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \mathfrak{E}_y - \cos \varphi \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \alpha_0 \cdot A_0 \cdot \frac{dA}{d\beta} \cdot F(\vartheta); \end{cases} \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_y = 0; \\ \alpha_0 \lesssim A_0; \\ |\alpha_0| \leq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \alpha_0; \\ \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ct}{\sqrt{\varepsilon}} - l \right); \end{cases} \quad \begin{cases} b = x \cdot \cos \varphi + z \cdot \sin \varphi; \\ l = x \cdot \sin \varphi - z \cdot \cos \varphi; \end{cases} \quad \begin{cases} b \text{ und } l \text{ — und} \\ \text{damit } \beta \text{ und } \vartheta \text{ —} \\ \text{sind noch reell.} \end{cases}$$

Wird  $F(\vartheta)$  nach (29b) bestimmt, so geht (30b) für  $\vartheta > 0$  in (4b), § 1, über; für  $\vartheta < 0$  dagegen ist  $\mathfrak{E} = \mathfrak{H} = 0$  zu setzen. — Hier ist  $\vartheta$  zunächst noch reell; ein komplexer Ausdruck  $\vartheta$  erscheint erst bei dem Problem der Totalreflexion; vgl. Formel (15) für  $\vartheta'_g = \Re(\vartheta_g)$  in § 3.

Sinngemäße Übertragung der hier entwickelten Methode auf die Lösungsansätze des § 3 würde ergeben, daß die in (5a) bzw. (6a) bzw. (7a) dargestellten Ausdrücke für  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  — sowie auch die

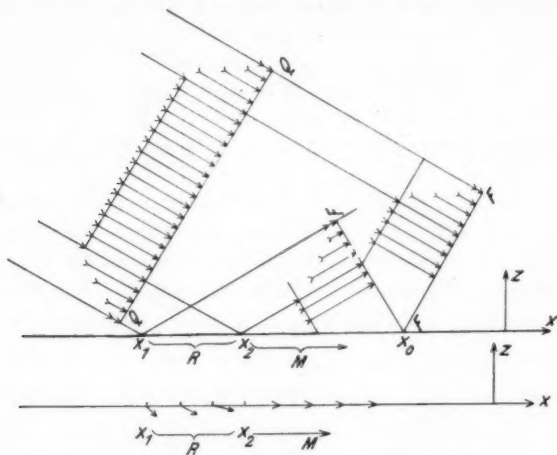


Abb. 2a u. 2b.  $t = t_0 = \frac{x_0 \cdot \sin \varphi_1 \sqrt{\epsilon_1}}{c}$

in (19) bzw. (20) bzw. (21) in § 4 dargestellten zeitlichen Mittelwerte von  $\mathfrak{E}$  — durch Null zu ersetzen sind, so lange  $\vartheta_s$  bzw.  $\vartheta_r$  bzw.  $\vartheta'_g$  noch negativ sind.

In Abb. 2 (a und b) soll angedeutet werden, wie der zeitliche Mittelwert der Energieströmung bei Totalreflexion einer seitlich und zeitlich begrenzten ebenen Welle verläuft, und zwar in einem bestimmten Zeitmoment  $t_0$ , wo die „Front“ der einfallenden Welle die Trennungsebene der zwei Medien noch nicht ganz überschritten hat. —  $FF$  bedeutet die Fronten der einfallenden und der reflektierten Welle,  $QQ$  dagegen einen beliebigen Querschnitt durch die einfallende Welle.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, im Juni 1937.

(Eingegangen 29. Juni 1937)

## *Zur Kenntnis der Bergmannserie des Calciums<sup>1)</sup>*

*Von H. Grafenberger*

(Mit 3 Abbildungen)

Während bei den Spektren der Alkalien sehr genaue Untersuchungen der *D*- und *F*-Terme vorliegen, sind bei den Elementen der 2. Gruppe des periodischen Systems bisher nur die Bergmannserien des Strontiums und Bariums als „vollständige Triplets“ gemessen, die <sup>3</sup>*F*-Terme des Calciums dagegen stets einfach angegeben. Nur bei der stärksten Linie 4585 Å ist ein schwacher Satellit beobachtet, aber nicht eingeordnet worden (1), (2)<sup>3)</sup>.

Eine Überschlagsrechnung ergab jedoch, daß bei Verwendung eines Interferometers guten Auflösungsvermögens meßbare Aufspaltungen durchaus zu erwarten waren. Es schien daher lohnend, wenigstens die tieferen Glieder der Bergmannserie einmal genau zu untersuchen.

### **I. Experimentelles**

Für die seitherigen Untersuchungen des Ca I-Spektrums war meistens der Bogen in Luft oder Vakuum benutzt worden. Eine Auflösung der engen Strukturen der Bergmannserienlinien setzte jedoch eine Lichtquelle von größerer Linienschärfe, aber ebenfalls sehr hoher Intensität voraus. Ausgedehnte Versuche mit den verschiedensten Arten von Entladungsröhren ergaben, daß sich am besten eine kräftige Anregung von Calciumdampf mittels Hochfrequenz bewährte, wie sie ähnlich in anderen Fällen schon öfters benutzt worden ist<sup>3)</sup>. Die Anordnung der Lichtquelle, welche die genannten Voraussetzungen weitgehend erfüllte und zu allen Messungen mit Erfolg benutzt wurde, sei im folgenden Abschnitt kurz beschrieben.

#### **1. Die Lichtquelle**

Über ein Supremaxglasrohr der in Abb. 1 angegebenen Form waren im gegenseitigen Abstand von etwa 20 cm zwei gut passende Messingzylinder (*E*) als Außenelektroden geschoben. Das Metall,

1) Dissertation Naturwiss. Fakultät der Universität Frankfurt a. M.

2) Vgl. Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit.

3) Z. B. hat D. A. Jackson (3) zu seiner Untersuchung über die Hyperfeinstruktur des Cs eine ganz ähnliche Art der Anregung mit Außenelektroden benutzt und gute Linienschärfe erreicht.



Calcium von Schering-Kahlbaum, lag in Form kleiner Stäbchen innerhalb der einen Elektrode. Das vordere Ende des Rohres war durch ein planes Glasfenster (*F*) abgeschlossen, während hinten mit Siegellack ein Rohrstutzen aus gewöhnlichem Glas angekittet war, an welchem der Pumpenansatz und ein Edelgaskölbchen saßen. Durch einen kleinen elektrischen Ofen, welcher die mit Metall beschickte Elektrode und die davor befindliche Kapillare (*K*) einschloß, ließ sich während des Betriebs in diesem ganzen Rohrteil ein genügend großer Ca-Dampfdruck erzeugen, so daß schon bei verhältnismäßig schwacher Anregung die Intensität in der Kapillare sehr

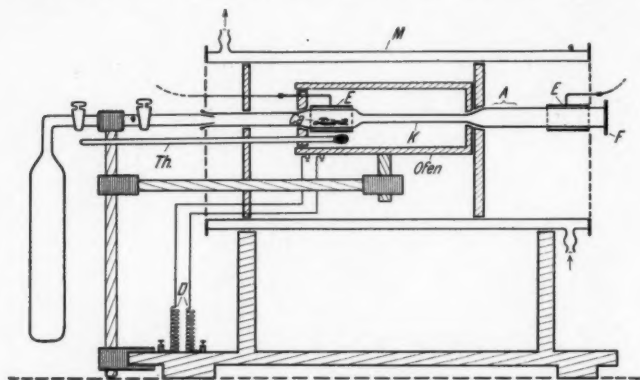


Abb. 1. Die Lichtquelle

groß war, während ohne Fremdheizung die Dichte des Metalldampfes von der Anregungsenergie abhängt. Durch Edelgaszusatz war es möglich, bei kleinen Dampfdrücken zu arbeiten. Es wurde Helium und später Xenon benutzt, was auch noch einige andere Vorteile bot, wie später gezeigt wird.

Die Ofenwicklung aus Chromnickelband war auf einen Tonzylinder bifilar gewickelt, die Stromzuführung durch kleine Drosseln (*D*) für die Hochfrequenz abgeriegelt; hierdurch ließ sich ein Energieverlust vermeiden. Die Temperatur an der Elektrode, die mit einem Quecksilberthermometer (*Th*) gemessen wurde, lag im Betrieb zwischen  $400^{\circ}$  und  $650^{\circ}$  C und ließ sich gut konstant halten. Das Supremaxglas bewährte sich auch bei diesen hohen Temperaturen sehr gut und scheint von Calcium chemisch nicht stärker angegriffen zu werden als reiner Quarz.

In dem mit *A* bezeichneten Bereich zwischen Ofen und vorderer Elektrode wurde das Rohr mit feuchter Watte, die in ein kleines

Becherglas mit Wasser tauchte, gekühlt und so verhindert, daß der Metaldampf bis zu dieser Elektrode gelangte. Bei lange dauernden Aufnahmen mit dem empfindlichen Interferometer war zum Schutz gegen die starke Wärmeabstrahlung über das ganze Rohr mit Ofen ein wasserdurchflossener kupferner Kühlmantel (*M*) geschoben.

Der Ofen diente gleichzeitig dazu, das neu mit Metall beschickte Rohr kräftig auszuheizen, solange es noch an der Pumpe hing. Es konnte dann schon nach wenigen Stunden abgezogen werden und blieb beim Betrieb völlig frei von störenden Verunreinigungen, zumal ja das Edelgas durch das zerstäubende Calcium dauernd gereinigt wird<sup>1)</sup>.

Aus unersichtlichen Gründen absorbierte das Calcium manchmal im Betrieb ganz plötzlich das gesamte Edelgas, besonders Helium. Dieser Effekt ist zwar lange bekannt, er konnte jedoch selbst bei stärkstem Zerstäuben in keiner der häufig benutzten Ca-Glimmentladungsröhren beobachtet werden. Es zeigte sich auch, daß durchaus nicht nur der entstehende Spiegel das Gas aufnimmt; in einem kleinen Ca-Bröckchen, das nach einer solchen Absorption der Röhre entnommen wurde, konnte einwandfrei Helium in erheblichen Mengen nachgewiesen werden. Doch wurden diese Vorgänge nicht eingehend genug untersucht, als das irgendwelche Schlüsse gezogen werden könnten.

Den Betrieb der Röhre störte diese Erscheinung nicht, da aus dem kleinen Vorratkolben durch eine Schleuse jederzeit Gas nachgelassen werden konnte. Bei Xenon war der Effekt sehr selten. Dieses Gas hat dabei noch den Vorteil, daß es sich wegen seines hohen Siedepunktes mit flüssiger Luft fast restlos in den Vorratkolben zurückfrieren läßt, so daß der Druck auch im Betrieb beliebig regulierbar war.

Die zur Anregung benutzte Hochfrequenz erzeugte ein kleiner Kurzwellensender, bestehend aus einer  $\frac{1}{2}$  kW-Senderöhre, einem regelbaren Plattenkondensator und einer kurzen Kupferspirale als Induktivität in Dreipunktschaltung. Die Gleichspannung hierfür wurde von einem 4 kV-Transformator mit zwei Gleichrichterröhren in Doppelwegschaltung geliefert. Der Sender gestattete, bis zu Wellenlängen von wenigen m herunter zu gehen; unter den gegebenen Umständen war die Ausbeute aber am größten bei einer Wellenlänge von etwa 25 m. Es ließ sich dabei im Hochfrequenzkreis leicht eine Stromstärke von mehr als 10 Amp. erreichen ohne die Senderöhre voll zu belasten.

## 2. Wellenlängenmessung mit Gitter

Da die zu den endgültigen Messungen benutzte Methode von Pabry und Perot die angenäherte Kenntnis der Wellenlängen,

1) Das Edelgas war an sich schon sehr rein („spektralrein“). Es wurde freundlicherweise von der „Griesogen, Griesheimer Autogen-Verkaufsgesellschaft G. m. b. H.“ kostenlos zur Verfügung gestellt.

bis auf einige Hundertstel Å genau, erfordert, wurde zunächst eine Wellenlängenmessung mit einem großen Gitter vorgenommen, um von anderen Messungen unabhängig zu sein; denn diese zeigen, mit Ausnahme der Arbeiten von Crew (2) und Holtz (4), untereinander sehr starke Abweichungen.

Zur Messung diente ein für diesen Zweck sorgfältig neu justiertes 3 m Konkavgitter in der festen Aufstellung nach Runge-Paschen, das für das Gebiet von 3200—6000 Å in zweiter Ordnung, für größere Wellenlängen in erster Ordnung benutzt wurde. Hiermit bekam man bei feinstem Spalt sämtliche stärkeren Ca-Linien schon bei Belichtungszeiten von wenigen Minuten; für die schwächeren Linien wie die hohen Glieder der Bergmannserie, die ja auch in anderen Spektren einen sehr starken Intensitätsabfall mit wachsender Laufzahl zeigt, wurde bis zu 7 Std. belichtet. Zum Vergleich diente das Spektrum eines Eisenbogens nach Pfund, der nach dem Verfahren von Sirks<sup>1)</sup> über einen geeignet aufgestellten schmalen Spiegel so auf den Spalt vergrößert abgebildet wurde, daß die Linien verkürzt in dem Ca-Spektrum erschienen, ohne daß an der Kassette etwas geändert werden mußte.

Obwohl durch diese Anordnung der Eisenbogen bei guter Justierung optisch genau an der Stelle der Ca-Lichtquelle zu stehen scheint, wurden gelegentlich gegenseitige Verschiebungen der beiden Spektren bis zu 0,01 oder gar 0,02 Å festgestellt, eine Tatsache, die vielleicht nicht immer berücksichtigt wird und mit ein Grund sein mag, warum z. B. in sich gute, mit ganz ähnlichen Spektrographen vorgenommene Messungen der Ca-Linien untereinander Abweichungen zeigen, die weit außerhalb der angegebenen Fehlergrenzen liegen.

Für die Gitteraufnahmen war die Röhre mit He gefüllt, weil dessen wenige Linien nicht störten, zur Kontrolle aber recht gut brauchbar waren. Es wurden mehrere Aufnahmen von dem Bereich von 3200—7400 Å gemacht und auf einem Abbeschen Komparator neuester Bauart (20 cm Meßlänge) der Firma Carl Zeiss ausgemessen<sup>2)</sup>. Dieser gestattete, 0,001 mm noch direkt abzulesen und die Zehntausendstel zu schätzen, so daß man bei einem Maßstab von 2,7 Å/mm eine recht gute Genauigkeit erreichen konnte. Die Berechnung der Wellenlängen erfolgte in der üblichen Weise durch lineare Interpolation und Anbringen von Korrekturen. Es wurden zum Anschluß die in der Tabelle von Kayser angegebenen internationalen Eisennormalen II. Ordnung genommen, dazwischenliegende einwand-

1) Eine Beschreibung dieses Verfahrens wie auch des benutzten Konkavgitters findet sich in der Arbeit von Rosenthal (5) über das Argonspektrum.

2) Die meist benutzten Plattensorten waren Agfa Isochrom, Isopan und Ultrarotplatten von Agfa.

freie Eisenlinien aber zur Kontrolle der Korrektionskurven mitgemessen. Zur Feststellung irgendwelcher systematischer Verschiebungen waren die He-Linien geeignet, da deren genaue Wellenlängen durch interferometrische Messungen festliegen.

Das Ergebnis der Messungen ist in Tab. 1 zusammengestellt. Die Genauigkeit ist mit  $\pm 0,03 \text{ \AA}$  sicher nicht zu hoch angegeben und in vielen Fällen sogar bestimmt größer, von einigen Linien abgesehen, bei denen naheliegende Eisenlinien die Messung störten<sup>1)</sup>. Es wurde darauf verzichtet, die Genauigkeit noch zu vergrößern, obwohl dies bei den vorhandenen Hilfsmitteln und der Schärfe der Linien vielleicht möglich gewesen wäre; für die spätere Verwendung bei der interferometrischen Messung war sie vollkommen ausreichend. Die angegebenen Intensitäten sind nach einer kurz belichteten Auf-

Tabelle 1

Int.	$\lambda \text{ \AA.}$	Kombin.	Int.	$\lambda \text{ \AA.}$	Kombin.
5	5602,84	$3^3D_2-3^3D_1'$	5	4355,09	$3^1D-5^1F$
5	5601,29	$3^3D_2-3^3D_1'$	9	4318,67	$2^3P_2-2^3P_1'$
6	5598,48	$3^3D_1-3^3D_1'$	8	4307,74*	$2^3P_1-2^3P_1'$
7	5594,47	$3^3D_2-3^3D_2'$	9	4302,56	$2^3P_2-2^3P_1'$
5	5590,13	$3^3D_2-3^3D_2'$	8	4299,00*	$2^3P_1-2^3P_1'$
8	5588,76	$3^3D_2-3^3D_2'$	8	4289,38	$2^3P_0-2^3P_1'$
6	5581,97	$3^3D_2-3^3D_2'$	9	4283,03	$2^3P_1-2^3P_1'$
6	5512,97	$2^1P-3^1S$	1	4108,53	$3^1D-6^1F$
10	5349,47*	$3^1D-1^1F_3$	4	4098,54	$3^3D_2-5^3F$
9	5270,29*	$3^3D_2-2^3P_1''$	3	4094,93	$3^3D_2-5^3F$
8	5265,55	$3^3D_2-2^3P_1''$	2	4092,64	$3^3D_1-5^3F$
7	5264,25	$3^3D_2-2^3P_1''$	5	3973,71	$2^3P_2-3^3S$
7	5262,24	$3^3D_1-2^3P_0''$	4	3957,04	$2^3P_1-3^3S$
7	5261,71	$3^3D_1-2^3P_1''$	2	3948,90*	$2^3P_0-3^3S$
1	5260,39	$3^3D_1-2^3P_1''$	2	3875,79	$3^3D_2-6^3F$
6	5188,85	$2^1P-5^1D$	2	3872,55	$3^3D_2-6^3F$
5	5041,64*	$3^1D-4^1P$	1	3870,49	$3^3D_1-6^3F$
5	4878,14*	$3^1D-4^1F$	1	3753,35	$3^3D_2-7^3F$
1	4685,29	$2^1P-6^1D$	1	3750,30	$3^3D_2-7^3F$
7	4585,90	$3^3D_2-4^3F$	0	3748,35	$3^3D_1-7^3F$
6	4581,43	$3^3D_2-4^3F$	1	3678,22	$3^3D_2-8^3F$
5	4578,56	$3^3D_1-4^3F$	0	3675,30	$3^3D_2-8^3F$
5	4526,95	$3^1D-5^1P$	00	3673,43	$3^3D_1-8^3F$
6	4456,62	$2^3P_2-4^3D_1$	00	3628,60	$3^3D_2-9^3F$
8	4455,90	$2^3P_2-4^3D_2$	00	3625,75	$3^3D_1-9^3F$
10	4454,80	$2^3P_2-4^3D_3$	3	3624,12	$2^3P_2-5^3D_1$
7	4435,70	$2^3P_1-4^3D_1$	4	3487,60	$2^3P_2-4^3S$
8	4434,98	$2^3P_1-4^3D_2$	3	3473,77	$2^3P_1-4^3S$
8	4425,46	$2^3P_0-4^3D_1$	2	3468,48	$2^3P_0-4^3S$

1) In der Tab. 1 sind diese mit einem \* versehen.

nahme geschätzt. Die in der Rubrik „Kombinationen“ angegebenen Termbezeichnungen sind der heutigen Schreibweise angepaßt, wobei die jeweils am Anfang stehenden Ziffern Laufzahlen und nicht wahre Hauptquantenzahlen sind. Die Normierung dieser Laufzahlen erfolgt in der üblichen Weise so, daß die *S*-Termfolge mit 1 *S*, die *P*-Termfolge mit 2 *P*, die *D*-Termfolge mit 3 *D* beginnt usw., während die wirklichen Quantenzahlen dieser tiefsten Terme beim Ca heißen müssen: 4(*S*), 4(*P*), 3(*D*) und 4(*F*). Im Triplettssystem muß der tiefste *S*-Term sogar die Hauptquantenzahl 5 haben, da 4<sup>3</sup>*S* nach dem Pauliprinzip ausfällt. Tatsächlich liegt dieser Term höher als der tiefste <sup>3</sup>*P*-Term. Entsprechend hat er auch die Laufzahl 2 (2<sup>3</sup>*S*).

Außer der Bergmannserie wurden nur die Linien neu gemessen, welche für das Interferometer intensiv genug waren. Neben diesen waren aber bei 30 Min. Belichtung auch fast alle anderen in dem untersuchten Bereich bekannten Ca-Linien vorhanden, besonders auch sämtliche von Russell und Saunders (6) angegebenen teils sehr schwachen Kombinationen mit gestrichenen Termen, jedoch nicht die von Back (7) bei 6400 Å zusätzlich gefundenen 3 Linien. Außerdem fehlten lediglich noch einige hohen Serienglieder des Singulettsystems und die zwei sehr schwachen Kombinationslinien bei 4065 und 4062 Å, nach denen allerdings auch nicht weiter gesucht wurde. Die Triplets der Bergmannserie waren bis 9<sup>3</sup>*F*, und bei 7 Std. Belichtung bis 11<sup>3</sup>*F* vorhanden. Die ersten 6 Glieder sind in der Tabelle enthalten.

Als Verunreinigungen fanden sich ziemlich viel Mg, etwas Na, Al und K und wenig Zn. Das Auftreten von Na-Linien war bei der hohen Temperatur unvermeidlich, störte aber nicht. Alles andere stammte offenbar aus dem Ca selbst.

Nicht ganz zu beseitigen war außerdem der Wasserstoff, der ja bekanntlich auch bei der Edelgasreinigung mit zerstäubendem Ca oder Mg nicht restlos verschwindet. Er zeigte sich manchmal durch einige schwache Linien des Viellinienspektrums im Roten, sowie durch das Auftreten der MgH- und CaH-Banden, die sehr exakt ausgemessen werden konnten. Sie erschienen jedoch mit merklicher Intensität nur dann, wenn das Rohr schlecht ausgeheizt war, und da sie sonst nicht störten, wurde auf die restlose Beseitigung des Wasserstoffes verzichtet.

Eine Auflösung der <sup>3</sup>*F*-Terme gelang in diesen Messungen nicht (sie war lediglich bei der Linie 4585 Å angedeutet), aber die Tatsache, daß gerade die tieferen Bergmannserie-Triplets einen zu kleinen Wert für die Aufspaltung des 3<sup>3</sup>*D*-Terms geben, weist schon auf eine Mehrfachheit der <sup>3</sup>*F*-Terme hin. Die Frequenzdifferenzen in den einzelnen Triplets wurden auf mehreren Aufnahmen nochmals sehr genau ausgemessen, und aus ihrem Gang

die zu erwartenden  $F$ -Aufspaltungen abgeschätzt. Es ergab sich dabei für die Termdifferenzen in

	$4^3F$	$5^3F$	$6^3F$	$7^3F$	$8^3F$	$9^3F$
$m^3F_4 - m^3F_3 = 0,47$	0,24	0,18	0,14	0,12	0,05 $\text{cm}^{-1}$	
$m^3F_3 - m^3F_2 = 0,21$	0,22	0,16	0,06	0,04		$\text{cm}^{-1}$

Zwar sagen diese Zahlen wegen der begrenzten Genauigkeit noch nicht sehr viel, sie zeigen aber zum mindesten, daß anomale Verhältnisse wie beim Ba sicher nicht zu erwarten sind. Durch die spätere interferometrische Messung wurde dies gut bestätigt.

### 3. Interferometrische Messung

#### a) Spektrograph

Für die endgültige Wellenlängenmessung nach der Methode von Fabry und Perot war ein Spektrograph großer Dispersion nötig, um die voneinander nur 2 bis 3 Å entfernten Komponenten

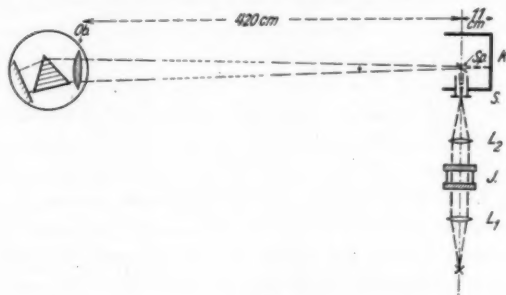


Abb. 2

eines Triplets genügend weit zu trennen. Da ein solcher fertig nicht vorhanden war, wurde mit Hilfe eines  $60^\circ$  Flintglasprismas von 10 cm Basislänge und eines Fernrohrobjektives von 12 cm Durchmesser und 431 cm Brennweite ein Spektralapparat zusammengestellt, dessen Dispersion  $0,3\text{--}0,5 \text{ mm}/\text{\AA}$  betrug. Hierbei konnten gleichzeitig Spalt und Kassette fest mit der übrigen Optik (Interferometer und Linsen) verbunden werden, was die Stabilität sehr erhöhte. Die Anordnung zeigt Abb. 2. Auf einer Stahlschiene, die auf einer schweren Marmorplatte befestigt war, befanden sich die Beleuchtungslinse  $L_1$ , das Interferometer  $I$ , die Abbildelinse  $L_2$  und ein Präzisionsspalt  $S$  mit den kleinen Spiegel  $Sp$ . Seitlich davon, im Abstand der Brennweite des Fernrohrobjektives  $O$ , stand auf einem großen Sandsteinsockel dieses Objektiv, das Prisma und ein guter Planspiegel aus Glas, dessen Oberfläche durch Kathoden-



zerstäubung stark versilbert worden war. Das Spektrum wurde dicht bei dem Spalt in einer kleinen Kassette *K* entworfen, und zwar so, daß die gerade untersuchte Liniengruppe genau über dem Spiegel *Sp* in Richtung der optischen Achse erschien, um schiefe Strahlenbündel und den durch sie bedingten Astigmatismus zu vermeiden. Steinsockel und Marmorplatte waren federnd aufgestellt, was sich sehr gut bewährte und gestattete, auch bei Tag trotz der Erschütterungen des Gebäudes lang dauernde Aufnahmen zu machen. Der bei Autokollimationsaufstellungen meist störende Untergrund, der durch Reflexion an den Objektivflächen kommt und bei großen Brennweiten besonders stark ist, ließ sich durch Abdecken einer schmalen Zone in der Linsenmitte beseitigen.

Das Perot-Fabry-Interferometer war ein Etalon nach G. Hansen von der Firma Carl Zeiss<sup>1)</sup>. Seine großen Quarzplatten von 60 mm Durchmesser waren fast völlig fehlerfrei. Die Distanzringe aus Invar hatten Dicken von 2—16 mm. Im allgemeinen erwies sich das Etalon als sehr konstant, zeigte jedoch manchmal trotz sorgfältiger Reinigung aller Berührungsflächen nach längerem Stehen kleine Verschiebungen. Fehler entstanden hierdurch jedoch nicht, da das Instrument vor und nach jeder ausgewerteten Aufnahme geprüft wurde, und da außerdem wegen der kurzen Belichtungszeiten immer gleich mehrere Aufnahmen gemacht werden konnten, in denen eine Veränderung des Etalons sofort festzustellen war. Zum Schutz gegen Temperaturschwankungen war das Interferometer von einem wattierten Kasten umgeben. Die Temperatur wurde während der Aufnahmen dauernd kontrolliert und möglichst konstant gehalten. Durch kleine Schwankungen hervorgerufene Dickenänderungen der Distanzringe werden bei diesem Etalon zudem wegen des günstigen Ausdehnungskoeffizienten gerade durch die Luftbrechung kompensiert.

#### b) Gang der Messung

Da es vor allem auf die Größe der Aufspaltung ankam, und nicht auf höchste Absolutgenauigkeit der Wellenlängen, schien es völlig ausreichend, zum Anschluß gute Normalen II. Ordnung zu nehmen, wie sie z. B. die Linien schwerer Edelgase darstellen. Es lag also nahe, die Lichtquelle gleich mit dem passenden Gas zu füllen; hierfür wurde Xenon gewählt. Zwar sind die Linien des Xenons nicht internationale Normalen, wie einige andere Edelgaslinien, aber die neuen Messungen von Humphreys (9) erscheinen

1) Eine Abbildung eines solchen Interferometers findet sich im „Handbuch der Astrophysik“, Band I, Kapitel 3, Seite 261.

so zuverlässig, daß gegen ihre Verwendung keine Bedenken bestanden. Dies wurde dann auch bei der Auswertung der Aufnahmen durch die vorzügliche innere Übereinstimmung der Xenonlinien gerechtfertigt. Humphreys fand bei Distanzen bis zu 40 mm, daß lediglich 2 Linien im sichtbaren Gebiet Hyperfeinstruktur zeigen. In den eigenen Aufnahmen war die Struktur dieser 2 Linien bei 10–16 mm Distanz aufgelöst und das ganze Xenonspektrum einwandfrei scharf. Der große Vorteil dieser Methode ist, daß das Normalenspektrum gleichzeitig mit den zu untersuchenden Linien aufgenommen wird. Dies erleichtert nicht nur das Arbeiten wesentlich, sondern es fallen auch Fehler, wie sie durch die zeitliche Trennung beider Aufnahmen besonders bei langer Belichtung unter Umständen entstehen können, heraus. Außerdem bot gerade die Verwendung von Xenon die Möglichkeit, genügend Normalen ganz in der Nähe der gesuchten Linien zu haben. Dies war experimentell wegen der großen Dispersion des Spektrographen wichtig und vereinfachte auch die Berechnung wesentlich.

Es wurden Aufnahmen bei allen vorhandenen Distanzen gemacht und die brauchbarsten ausgemessen. Die Belichtungszeiten waren für das 1. Glied der Bergmannserie sehr kurz; 10–30 Min. genügten vollauf, um die auf der langwelligen Seite der Linien 4585 Å und 4581 Å auftretenden Satelliten gut zu bekommen. Die Intensität war so groß, daß die an sich schwachen Begleiter sogar okular gut beobachtet werden konnten. Schon bei dem 2. Gliede mußte jedoch für ausreichende Schwärzung mehrere Stunden belichtet werden, ein Maß für den starken Intensitätsabfall innerhalb der Bergmannserie.

Die höheren Glieder wurden deshalb mit einem lichtstärkeren Spektrographen von Schmidt und Haensch<sup>1)</sup> aufgenommen, dessen Dispersion allerdings selbst im Ultraviolett noch zu klein war. Durch geeignete Wahl des Distanzringes ließ es sich jedoch stets erreichen, daß die Interferenzen der Satelliten oder Hauptlinien gerade gegeneinander versetzt und somit einwandfrei zu messen waren, während dies bei den im Sichtbaren gelegenen Gliedern nicht möglich war. Die optische Anordnung war die gleiche wie vorher. Um die gute Linienschärfe voll auszunützen und bei dem Ausmessen unter dem Komparator stark vergrößern zu können, wurden sehr feinkörnige Platten verwendet. Gut bewährten sich „Agfa Isorapid“ und vor allem „Perutz Silbereosin“.

1) Dieser Spektrograph war dem Institut von der „Helmholtz-Gesellschaft zur Förderung der Physikalisch-Technischen Forschung“ zur Verfügung gestellt, der hiermit nochmals dafür gedankt sei.

## c) Auswertung

Die Ausmessung der Aufnahmen erfolgte auf dem oben genannten Komparator. Zur Berechnung der Wellenlängen wurde die zuerst von St. John vorgeschlagene und von St. John und Babcock (9) und anderen mehrfach benutzte Methode gewählt, auf deren Beschreibung hier nicht näher eingegangen werden soll<sup>1)</sup>. Sie hat den Vorteil großer Einfachheit, denn sie erfordert weder die Kenntnis der Brennweite des abbildenden Achromaten noch des Maßstabes der Abbildung durch den Spektralapparat. Die Berechnung wurde in dem vorliegenden Falle noch dadurch erleichtert, daß die jeweils verglichenen Linien sehr dicht beieinander lagen, in einem Intervall von nur 200–300 Å. Hierdurch ergaben sich einfache Formeln, die besonders für die numerische Auswertung mit der Rechenmaschine<sup>2)</sup> sehr handlich sind. Wegen der möglichen Beschränkung auf so enge Wellenlängenbereiche machte sich auch weder der Phasensprung noch die Luftdispersion bemerkbar; beide Faktoren hätten unter den gegebenen Umständen selbst im ungünstigsten Falle zusammen nur 0,0002 Å ausgemacht, so daß eine Korrektur gar keinen Sinn gehabt hätte.

## II. Ergebnisse

## 1. Zusammenstellung der Resultate

Eine einwandfreie Messung der Linien und ihrer Satelliten war bei den ersten drei Gliedern der Bergmannserie möglich. In Tab. 2 sind die Resultate nach Wellenlängen geordnet zusammengestellt. Alle Angaben sind Mittelwerte vieler Einzelmessungen, die bei verschiedenen Distanzen und durch Anschluß an mehrere Normalen gewonnen sind. Die mittlere Abweichung der Einzelwerte betrug nie mehr als 0,0006 Å, nur in zwei Fällen war sie etwa doppelt so groß. Die Absolutgenauigkeit ist demnach mit  $\pm 0,002$  Å noch sehr vorsichtig angegeben; mehr war bei den benutzten Distanzen und wegen der begrenzten Linienschärfe auch nicht zu erwarten. Die Wellenzahlen sind nach Kayser auf das Vakuum reduziert und haben entsprechend eine Genauigkeit von etwa  $\pm 0,01 \text{ cm}^{-1}$ . Die Intensitäten wurden nach einer günstig belichteten Aufnahme mit dem kleineren Spektrographen und passender Distanz geschätzt. Sie sind auf die stärkste Linie als „10“ bezogen und entsprechen

1) Ein kurzer Abriß findet sich in dem oben zitierten „Handbuch der Astrophysik“.

2) Es stand eine elektrische Maschine „Mercedes Euklid“ von der „Deutschen Forschungsgemeinschaft“ zur Verfügung, welche sehr gute Dienste leistete und für deren Überlassung auch an dieser Stelle gedankt sei.

Tabelle 2

Int.	$\lambda$ (Å.)	$\nu_{\text{vak.}}$ (cm <sup>-1</sup> )	Kombinationen
?	(4586,036)	(21799,23)	$3^3D_3-4^1F_3$
2	4585,963	21799,58	$3^3D_3-4^3F_3$
10	4585,865	21800,05	$3^3D_3-4^3F_3$
2	4581,467 <sup>1)</sup>	21820,97	$3^3D_3-4^3F_3$
8	4581,395	21821,32	$3^3D_3-4^3F_3$
7	4578,552	21834,87	$3^3D_1-4^3F_3$
ber.	(4098,611)	(24391,65)	$3^3D_3-5^3F_3$
0	4098,574	24391,87	$3^3D_3-5^3F_3$
3	4098,528	24392,14	$3^3D_3-5^3F_3$
0	4094,963	24413,38	$3^3D_3-5^3F_3$
3	4094,926	24413,60	$3^3D_3-5^3F_3$
2	4092,631	24427,29	$3^3D_1-5^3F_3$
ber.	(3875,826)	(25793,67)	$3^3D_3-6^3F_3$
00	3875,804	25793,81	$3^3D_3-6^3F_3$
1	3875,776	25794,00	$3^3D_3-6^3F_3$
00	3872,562	25815,41	$3^3D_3-6^3F_3$
1	3872,540	25815,55	$3^3D_3-6^3F_3$
0	3870,477	25829,31	$3^3D_1-6^3F_3$

nur angenähert den wahren Intensitätsunterschieden, die in Wirklichkeit noch viel größer sind.

## 2. Struktur der $F$ -Terme

Durch die interferometrischen Aufnahmen gelang es, die Struktur der  $F$ -Terme eindeutig aufzulösen. Die Bergmannserie-Triplets sind vollständig analog den Triplets der I. Nebenserie gebaut. Auch hier erscheinen die Satelliten auf der roten Seite, und zwar zwei bei der langwelligsten, einer bei der mittleren Komponente, im richtigen Verhältnis der Intensitäten. Aus dieser Lagerung der Komponenten ergibt sich, daß die  $F$ -Terme regelrecht sind, denn anderenfalls hätte z. B. die langwelligste starke Linie, welche zum Term  $3^3D_3$  gehören muß, zwei Satelliten auf der violetten Seite.

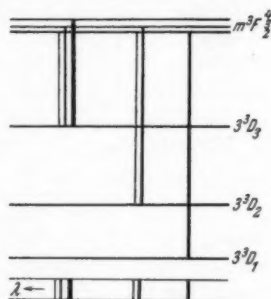


Abb. 3

In Abb. 3 ist ein Aufspaltungsbild schematisch wiedergegeben. Die genauen Werte der  $D$ - und  $F$ -Aufspaltungen sind aus Tab. 3 ersichtlich. Die gute Übereinstimmung zusammengehöriger Werte bestätigt vollauf die angegebenen Fehlergrenzen. Auf eine be-

1) Diese Linie stimmt genau überein mit einer von Mc Cauley (10) interferometrisch gemessenen.

Tabelle 3

Angegeben: Intensität,  $\lambda$  (I. Å.) und  $\nu_{\text{vak.}}$  ( $\text{cm}^{-1}$ ), sowie die Frequenzdifferenzen  $\delta$

	$3^3D_1$		$3^3D_2$		$3^3D_3$
$4^3F_1$	7 4578,552 21834,87	13,90	2 4581,467 21820,97	21,74	ber. (4586,036) (21799,23)
			0,35		0,35
$4^3F_2$	.		8 4581,395 21821,32	21,74	2 4585,963 21799,58
					0,47
$4^3F_4$					10 4585,865 21800,05
$5^3F_1$	2 4092,631 24427,29	13,91	0 4094,963 24413,38	21,73	ber. (4098,611) (24391,65)
			0,22		0,22
$5^3F_2$			3 4094,926 24413,60	21,73	0 4098,574 24391,87
					0,27
$5^3F_4$					3 4098,528 24392,14
$6^3F_2$	0 3870,477 25829,31	13,90	00 3872,562 25815,41	21,74	ber. (3875,826) (25793,67)
			0,14		0,14
$6^3F_3$			1 3872,540 25815,55	21,74	00 3875,804 25793,81
					0,19
$6^3F_4$					1 3875,776 25794,00

sondere Angabe der Termwerte wurde verzichtet, da diese nur durch Anschluß an einen der  $3^3D$ -Terme hätten gewonnen werden können. Deren absolute Größe liegt aber mit viel geringerer Genauigkeit fest, als sie den eigenen Messungen entspricht, so daß ein Anschluß daran keinen Sinn hätte.

Der schwächste Satellit  $3^3D_3 - m^3F_2$  ist zwar nur in einem Falle beobachtet worden, und da noch zu schwach für eine genaue Ausmessung. Aber die Aufspaltungen  $\delta_{3,2}$  ergeben sich ja ein-

deutig aus den mittleren Komponenten; die hiermit berechneten Werte von  $\lambda$  und  $\nu$  wurden deshalb zur Vervollständigung mit angegeben.

Daß dieser Satellit nur ganz schwach beim ersten Gliede angedeutet war, braucht bei den herrschenden Intensitätsverhältnissen nicht wunder zu nehmen. Berechnet man nämlich das Intensitätsverhältnis innerhalb eines vollständigen  $D-F$ -Triplets aus den Quantenzahlen<sup>1)</sup>, so findet man eine Verteilung, wie sie in dem folgenden Schema angegeben ist (auf die stärkste Linie als „100“ bezogen).

	$D_1$	$D_2$	$D_3$
$F_2$	47	8,7	0,24
$F_3$	—	69	8,7
$F_4$	—	—	100

Die Hauptlinie ist also 400mal intensiver als der Satellit im Abstand von noch nicht  $1 \text{ cm}^{-1}$ .

Aus der Formel für den Intensitätsverlauf innerhalb des Interferenzbildes eines Perot-Fabry-Interferometers<sup>2)</sup>

$$I = \frac{(1 - k)^2}{1 + k - 2k \cdot \cos d}$$

( $k$  = Reflexionskoeff.,  $d$  = Phasendiff.)

ergibt sich andererseits, daß bei einem Reflexionsvermögen der Interferometerplatten von etwa 90% ( $k = 0,9$ ) die geringste Intensität zwischen zwei Ringen ( $d = \pi$ ) immer noch  $1/370$  der Intensität dieses Ringes ( $d = 0$ ) beträgt. Dies ist mehr als die Intensität des ebenfalls zwischen den Ringen liegenden Satelliten, so daß dieser im Untergrund verschwindet. Er wäre demnach selbst bei noch intensiverer Lichtquelle nicht ohne andere Hilfsmittel zu bekommen gewesen.

Das gewonnene Resultat bestätigt die Erwartungen durchaus, die Schätzungen aus der Gittermessung sogar fast quantitativ. Eine interferometrische Ausmessung auch der höheren Bergmannserienglieder hätte verschiedene neue Schwierigkeiten bereitet, doch konnte darauf verzichtet werden, da sie nach den Ergebnissen der Gittermessung sicher nichts prinzipiell neues bringen würde.

Die  $F$ -Termfolge ist also im Gegensatz zu den  $D$ -Termen normal. Die gemessenen Terme befolgen z. B. auch die Landésche Intervallregel recht gut; es ergibt sich für das Aufspaltungsverhältnis

$$\frac{\delta_{4,3}}{\delta_{3,2}} = \frac{4}{2,98}; \quad \frac{4}{3,26}; \quad \frac{4}{2,95} \quad \left( \text{theor. } \frac{4}{3} \right).$$

Ein Analogon zu den  $^3F$ -Termen in den entsprechenden Funkenpektren der folgenden Elemente ist nicht vorhanden. Zwar haben

1) Formeln hierzu vgl. etwa: A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien* Bd. I. S. 572. 1931.

2) Vgl. hierzu: *Handbuch der Astrophysik* Bd. VII (Erg.-Bd.), S. 4.



diese auch 2 Valenzelektronen, aber schon bei  $\text{Sc}^+$  ist das 19. Elektron in einer  $3d$ -Bahn gebunden, während beim Ca noch die normale Bindung in einer  $4s$ -Bahn vorliegt, und das beginnende Überwiegen der  $3d$ -Bindung lediglich durch die anomal tiefe Lage des  $D$ -Terms im  $\text{Ca}^+$ -Spektrum angedeutet ist. Für höhere Spektren sind deshalb, wie die Untersuchung von  $\text{Sc}^+$  und  $\text{Ti}^{++}$  auch gezeigt hat, im Gegensatz zum Ca Konfigurationen  $4smp$  ( $4smd$ ,  $4smf$ ) gerade „anomal“ und  $3dms$  ( $3dmp$ ,  $3dmd$ ) normal, so daß ein Term  $4smf^3F$  gar nicht mehr vorkommt oder jedenfalls nicht beobachtet wurde.

### III. Anhang: Allgemeine Bemerkungen zum Calciumspektrum

Bei der Benutzung der verschiedensten tabellarischen Zusammenstellungen der Ca I-Linien stellten sich einige Mängel heraus, auf die noch kurz eingegangen werden soll.

Neben dem sehr handlichen und übersichtlichen Buch von Paschen-Goetze (11) sind die Tabellen in Kayzers Handbuch der Spektroskopie (12) ohne Zweifel die weitaus wichtigsten. Hier findet man sämtliche bekannten Linien zusammengestellt, was sonst bei keiner Originalarbeit der Fall ist. In der Ausgabe von 1924 (Bd. 7, I) ist das Ca sehr eingehend behandelt, und alle wesentlichen Messungen, besonders auch die von Crew (2) und Holtz (4), sind aufgeführt. Jedoch waren damals längst noch nicht alle Linien eingeordnet, und vor allem konnte noch nicht eine einheitliche Termbezeichnung in der heutigen Schreibweise gegeben werden. Dies ist in der neuesten Ausgabe (Bd. 8, I) von 1932 durchgeführt, und zwar sind hier im wesentlichen die Angaben aus dem Buch von Paschen-Goetze entnommen, und dazu die von Russell-Saunders (6) und auch Back (7) gemessenen bzw. eingeordneten Linien in einheitlicher Termbezeichnung aufgeführt. Diese Tabelle ist somit die vollständigste und gerade auch neben dem Buch von Paschen-Goetze sehr wichtig, denn dort sind die Linien nach Serien geordnet, während in vielen Fällen die übliche Anordnung nach Wellenlängen doch angenehmer ist, zumal die Serienzugehörigkeit ja aus der Termbezeichnung klar hervorgeht.

Bei der Aufstellung dieser Tabelle sind jedoch offenbar einige Fehler unterlaufen, so daß man meist doch gezwungen ist, die Originalarbeiten heranzuziehen. Es erschien daher angebracht, alle festgestellten Fehler einmal zusammenzustellen.

Der Vergleich mit den Tabellen von Paschen-Goetze sowie den notwendigen Originalarbeiten<sup>1)</sup> ergab, daß 26 Linien zuviel angegeben sind. In Paschen-Goetze sind nämlich einige Liniengruppen noch nach Rydberg im Rowlandsystem und als Vakuumwellenlängen angegeben, worauf dann aber jeweils hingewiesen wird. Diese wurden nur teilweise oder gar nicht umgerechnet, die richtigen Wellenlängen nach der Arbeit von Russell-Saunders jedoch außerdem auch noch aufgeführt, so daß 20 Linien ohne besonderen Vermerk als jeweils zwei verschiedene erscheinen, und in einigen Fällen die Vakuumwellenlänge einer Linie mit der richtigen Wellenlänge  $\lambda$  (i. A.) einer benachbarten zusammen angegeben wird. Sechs weitere Linien sind in Wirklichkeit die Wellenzahlen anderer Ca I-Linien, existieren also auch nicht. Außer

1) Vgl. hierzu Literaturverzeichnis Nr. 6, 7, 13, 14, 15 und 16.



Tabelle 4

1.	2.
22855,9	22655,9 (Auch in Paschen-Goetze falsch angegeben)
19310,3 $2^3P_1-3^3D_1$	$2^3P_0-3^3D_1$
9450,8	9250,8 (In Paschen-Goetze gar nicht vorhanden)
7798,76	Sind die Wellenzahlen $\nu_{\text{vak. Rowl.}}$ der Linien 12 819,1, 16 144,8, 16 162,2, 16 200,0
6192,87	
6185,71	
6171,28	
5857,40	5857, 49 (Anderson)
5604,37	5602,83 $3^3D_2-m^3D_1'$
5602,82 $3^3D_3-m^3D_2'$	
5599,99	
5595,95	
5591,60	5590,11 $3^3D_1-m^3D_2'$
5590,04 $3^3D_3-m^3D_3$	
5583,46	
5271,71	
5267,00	5265,56 $3^3D_2-2^3P_1''$
5265,68 $3^3D_2-2^3P_2''$	
6263,69	
5263,15	
5261,85 $3^3D_0-2^3P_1''$	5261,70 $3^3D_1-2^3P_1''$
4878,75	4878,15 (Anderson)
4586,03 Int. 1	(Anderson) Intensität 3
4506,62 $3^3D_0-4^3P_1$	$3^3D_1-4^3P_1$
4421,63	Sind die Wellenzahlen $\nu_{\text{vak. Rowl.}}$ der Linien 22 610,0/22 624,6
4418,78	
4319,99	Sind $\lambda_{\text{vak. Rowl.}}$ und fallen weg
4309,10	
4303,71	Sind $\lambda_{\text{vak. Int.}}$ und fallen weg
4300,17	
4290,53	
4284,18	
4065,44 $2^3D-5^3P_2$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Die } ^3D\text{-Terme müßten mindestens Laufz. 3 haben.} \\ \text{Als Komb. mit } 5^3P_2 \text{ kommen jedoch überhaupt nur} \\ 3^3D_3 \text{ und vielleicht } 3^3D_2 \text{ in Frage. } 3^3D' \text{ ist ganz} \\ \text{unmöglich!} \end{array} \right.$
4062,49 $2^3D'-5^3P_2$	
3957,05 $2^3P_1-2^3S$	$2^3P_1-3^3S$
3833,36	3833,96
3628,60	$9 F$ statt $4 F$
3625,69	
3594,08	$10 F$ „ $5 F$
3591,26	
3589,49	$11 F$ „ $6 F$
3568,91	
3566,12	
3564,35	

Sind Vakuumwellenlängen und müssen wegfallen, da diese Linien auch als  $\lambda_{\text{Luft}}$  (I. Å.) in der Tabelle enthalten sind. Soweit an gleicher Stelle tatsächlich eine Linie liegt, ist sie nebenstehend angegeben.

Tabelle 4 (Fortsetzung)

1.	2.
3550,03 3547,38 3545,58	<b>12 F</b> statt 7 F
3535,55	
3209,93 $2^3P_1-7^3D_1$	
3184,27 $3^3D_3-4^3D_3'$	<b>13 F</b> „ 8 F
3107,93	$2^3P_0-7^3D_1$
(3067,01 $2^3P_1-8^3S$ )	$3^3D_3-4^3D_3'$
3055,55	3107,89
3055,32	Kann auch $2^3P_0-10^3D_1$ sein)
3045,75	<b>11 D</b> statt 3 D
3041,05	
(3034,52 $2^3P_0-9^3S$ )	
3024,93	
3020,15	$2^3P_2-12^3D_3$ ist wahrscheinlicher)
3018,55	<b>12 D</b> statt 4 D
3010,16	<b>13 D</b> „ 5 D
3007,83	Sind $\lambda_{\text{vak. Rowl.}}$ und fallen weg
3006,22	<b>14 D</b> statt 6 D
3001,32	$3000,86$ $2^3P_1-n^3P_0'$ sind $\lambda_{\text{vak. Rowl.}}$ und fallen weg
3000,60 $2^3P_1-n^3P_1'$	
2998,27	
2995,92	
2996,67 $2^3P_1-6^3D_3$	
2988,98	{ Term müßte $14^3D_3$ heißen. Ist aber sicher überhaupt
2982,89	$2^3P_1-15^3D_1$
2764,66	<b>16 D</b> statt 8 D
2354,46 $2^3P_0-5^3P_1$	<b>17 D</b> „ 9 D
	2764,60
	$2^3P_0-5^3P_1'$

**Zusatz zu Tab. 4:** Die von Paschen gemessenen ultraroten Linien 22655,9/22624,6/22610,0/16200,0/16162,2/16144,8/12825,6/12819,1/10345,0/9250,8 sind im Rowlandsystem angegeben. Allerdings liegt hier die Korrektur wohl durchweg innerhalb der Meßgenauigkeit.

In der Tabelle der Termwerte von CaI muß es heißen:  $4^3P_2'$  statt  $3^3P_1'$ .

In der Fußnote am Schluß dieser Tabelle muß es heißen: „Nach Russell und Saunders ist für  $m^3D'$ :  $3^3D'$  zu setzen“.

einigen Druckfehlern sind dann noch in mehreren Fällen die Termbezeichnungen unrichtig übernommen bzw. in die heutige Schreibweise übersetzt.

In der vorstehenden Tab. 4 sind alle fehlerhaften Angaben, soweit sie bei der Durchsicht gefunden wurden, nach Wellenlängen geordnet zusammengestellt. In der ersten Spalte stehen jeweils die in der Tabelle von Kayser-Konen angegebenen Wellenlängen, in Spalte 2 die richtigen Werte oder Termbezeichnungen, bzw. eine Erläuterung des Fehlers.

### Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt eine exakte Ausmessung der Bergmannserie des Calciums. Es wird zunächst eine Lichtquelle beschrieben, bei der durch Hochfrequenzanregung von Calciumdampf mittels eines Kurzwellensenders große Linienschärfe bei sehr hoher Intensität erreichbar ist. Mit dieser Lichtquelle vorgenommene Wellenlängenmessungen mit Konkavgitter und Interferometer nach Fabry-Perot ergeben für die  $^2F$ -Terme des CaI, daß diese regelrechte Tripletterme sind mit normalem, ziemlich konstantem Aufspaltungsverhältnis. Die Größe der Aufspaltung ( $< 0,4 \text{ cm}^{-1}$ ) entspricht den Erwartungen und nimmt mit wachsender Laufzahl monoton ab, im Gegensatz zu den  $D$ -Termen des CaI oder den  $F$ -Termen des BaI.

In einem Anhang werden mehrere wichtig erscheinende Berichtigungen zu der Tabelle der CaI-Linien in „Kayser-Konen, Handb. der Spektroskopie, Bd. 8, I (1932)“ gegeben.

Die Arbeit wurde im Jahre 1936 am Physikalischen Institut der Johann Wolfgang Goethe-Universität zu Frankfurt am Main ausgeführt. Herrn Prof. Dr. K. W. Meißner danke ich herzlichst für seine ständige hilfreiche Unterstützung und Anregung. Auch Herrn Dr. K. Luft bin ich für manchen Rat und Beistand zu Dank verpflichtet.

### Literaturverzeichnis

- 1) L. Janicki, Ann. d. Phys. **29**. S. 833—868. 1909.
- 2) H. Crew u. G. V. McCauley, Astroph. Journ. **39**. S. 29—38. 1914.
- 3) D. A. Jackson, Proc. Roy. Soc. London A. **121**. S. 432—46. 1928.
- 4) O. Holtz, Diss. Bonn 1913; Ztschr. f. wiss. Photogr. **12**. S. 101—122. 1913.
- 5) A. H. Rosenthal, Ann. d. Phys. **4**. S. 49—81. 1930.
- 6) H. N. Russell u. F. A. Saunders, Astroph. Journ. **61**. S. 38—69. 1925.
- 7) E. Back, Ztschr. f. Phys. **33**. S. 579—600. 1925.
- 8) C. J. Humphreys, Bureau of Stand., Research P. No. 245. 1930.
- 9) Ch. E. St. John u. H. D. Babcock, Astroph. Journ. **53**. S. 260. 1921.
- 10) G. V. McCauley, Phys. Rev. **17**. S. 430—431. 1921.
- 11) F. Paschen u. R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren S. 72—81. 1922.
- 12) H. Kayser u. H. Konen, Handb. d. Spektroskopie. Bd. 7, I. S. 148. 1924 und Bd. 8, I. S. 343. 1932.
- 13) F. A. Saunders, Astroph. Journ. **52**. S. 265—277. 1920.
- 14) F. Paschen, Ann. d. Phys. **29**. S. 625—663. 1909.
- 15) O. Sandvik u. B. J. Spence, Astroph. Journ. **62**. S. 265—270. 1925.
- 16) J. A. Anderson, Astroph. Journ. **59**. S. 76—96. 1924.

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 14. Juli 1937)

## **Die Bremsung homogener Neutronen beim Durchgang durch wasserstoffhaltige Substanzen<sup>1)</sup>**

**Von G. Wetterer**

(Mit 13 Abbildungen)

### Einleitung und Problemstellung

1934 fanden Oliphant, Harteck und Rutherford beim Beschießen von Deuteriumverbindungen mit Deutonen eine intensive Neutronenstrahlung (1). Untersuchungen dieser Reaktion



nach der Greinachermethode und mit der Wilsonkammer ergaben eine Neutronengruppe einheitlicher Energie von nahezu 2 MeV. Die Neutronen der Radon-Beryllium-Kanone, mit denen Fermi und Mitarbeiter ihre Untersuchungen ausführten, zeigen ein breites Energiespektrum bis hinauf zu etwa 14 MeV und großen Reichtum an Neutronenenergien von einigen 100000 eV (2).

Treten solche Neutronen durch Paraffin- oder Wasserschichten hindurch, so werden sie durch elastische Stöße an den Wasserstoffkernen gestreut und gebremst. Wegen der fast gleich großen Masse von Neutron und Proton gibt hier das stoßende Neutron maximal seine volle, im Mittel die halbe Energie an den gestoßenen Wasserstoffkern ab und erreicht bei einer Anfangsenergie von 2 MeV nach durchschnittlich 25 Stößen thermische Geschwindigkeit. Die große Aufenthaltszeit beim Durchlaufen von Kernen und wellenmechanische Resonanzeffekte befähigen das langsame Neutron, sich an Atomkerne anzulagern und sie umzuwandeln. Da das Neutron kein elektrisches Feld mit sich führt und daher von den Atomkernen keine Abstoßung erfährt, gelingen solche Umwandlungen selbst bei den schwersten Kernen. Als Zwischenkern entsteht zunächst das Isotop  ${}^{4+1}_{\text{Z}}\text{X}$ , das meist instabil, unter Aussendung schwerer Teilchen oder  $\gamma$ -Strahlung unmittelbar sich umwandelt oder als radioaktives Element zerfällt.

Je dicker die Wasserstoffschicht ist, durch die die schnellen Neutronen abgebremst werden, desto häufiger werden Kernumwand-

1) Gießener Dissertation.

lungen in einer dahintergebrachten auf langsame Neutronen empfindlichen Detektorsubstanz. Schließlich nimmt die Zahl der Zertrümmerungen mit wachsender Schichtdicke durch Einfangen langsamer Neutronen im Paraffin wieder ab. Die Aufzeichnung der Zertrümmerungszahl in Abhängigkeit von der Dicke der Paraffinschicht zwischen Neutronenquelle und Detektor ergibt die sogenannte Vorwärtskurve (3). Das breite Energieband einer Radon-Berylliumquelle erschwert die Deutung solcher Kurven. Die vorliegende Arbeit macht sich deshalb zur Aufgabe, Bremskurven homogener Neutronen aufzunehmen und zu analysieren.

#### Apparatur

Zur Erzeugung des Deutonenstroms dient ein Stahlkanalstrahlrohr nach Oliphant und Rutherford (4). Die aus einem Stahlklotz gebohrte Kathode wird von einem etwa 1 m langen und 8 cm weiten Stahlrohr getragen, in dessen Innern als Anode ein zweites Stahlrohr bis unmittelbar vor die Kathode läuft. Anoden- und Kathodenzyylinder sind auf Stahlplatten aufgeschweißt, die durch Planglasplatten gegeneinander isoliert sind. Das obere Anodenende trägt einen Kühltopf, durch den eine Zahnradpumpe einen Ölstrom im Kreise pumpt, der seine Wärme beim Durchgang durch einen Wasserkühlturm abgibt. Ein Ventilator sorgt für zusätzliche Luftkühlung des ganzen Röhrenkopfes. Der obere Stahldeckel als Träger des Entladungsrohrs liegt auf einem weiten Glaszylinder auf, der unten durch einen zweiten Stahldeckel abgeschlossen ist. Das ganze wird durch die Apiezon-Ölpumpe Modell Q von Leybold, über einen zur Erreichung hoher Saugleistung kurz und weit gehaltenen Saugstutzen evakuiert. Zwischen Glaszylinder und Stahlplatten liegen Gummiringe, um Risse, die beim Evakuieren von den Planschliffen ausgehen können, zu vermeiden. Als Dichtungsmittel bewährte sich Apiezon Q.

Zum Betrieb des Rohres dient eine 200 kV Stabilvoltanlage, mit der es in der Wienschen Nachbeschleunigungsschaltung betrieben wird. Die positive Spannung wird dem Anodenzyylinder zugeführt und unterhält eine Kanalstrahlentladung zur Kathode, die über Milliampereometer und Röntgenröhre als Ableitwiderstand zur Erde führt. Die negative Spannung liegt am unteren Gehäusedeckel und beschleunigt den aus der Kathode austretenden Kanalstrahl nach. Ein Kupferzylinder, der die Kathode als Schwebepotentialelektrode umschließt, verhindert elektrische Durchbrüche in Pumpe und Nachbeschleunigungsraum. Die üblichen Schutzwiderstände mit Amylalkohol und Cadmiumjodid waren bei der hohen Belastung unbrauchbar, dagegen bewährte sich Methylalkohol mit Cadmiumjodid-

zusatz als Widerstandsflüssigkeit. Die ergiebigste Brennspannung der Kanalstrahlentladung liegt zwischen 25 und 30 kV. Dabei traten anfangs im oberen Entladungsrohr zwischen Anode und Kathode an den isolierenden Glasplatten Gleitfunken auf, die eine Glimmentladung zündeten. Ein auf Schwebespannung gehaltener

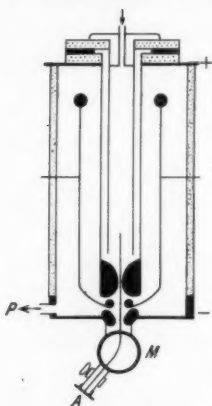


Abb. 1. Aufbau  
des Kanalstrahlrohrs  
(schematisch)

eiserner Zwischenring (vgl. Abb. 1) und festes Einpassen des Anodenzyinders in die obere Glasplatte verhinderte die Nebenentladung. Der lichte Abstand zwischen Anoden- und Kathodenzyylinder betrug 3 mm. Da die einander zugekehrten Zylinderflächen blank bleiben, bildet sich hier offenbar wegen des geringen Abstandes keine Entladung aus. Dagegen treten bei hartem Brennen gelegentlich störende Funkenüberschläge ein, die vielleicht durch größeren lichten Abstand vermieden werden können. Auf die Ausbildung eines scharfen intensiven Kanalstrahls ist die Kathodenform von großem Einfluß. Flache Kathodenoberfläche mit trichterförmigem Überlauf in den Kathodenkanal gab den ergiebigsten Kanalstrahl. Durch richtige ionen-

optische Durchbildung von äußerer Kathodenform und Fokussierungswülsten wird eine scharfe Bündelung des Kanalstrahls erreicht, die für die Intensität des magnetisch ausgesonderten Deutonenstrahls von großer Wichtigkeit ist.

Schwierigkeiten machte die Entgasung der Elektrodenteile bis zur Ausbildung einer stationären Kanalstrahlentladung. Der Übergang von einer Quecksilberpumpe mit Kühlfalle zu einer Öldiffusionspumpe ermöglichte die Verkürzung und Erweiterung der Saugleitung und steigerte damit Pumpleistung und Brennkonzanz außerordentlich. Zur Erreichung einer gewissen Meßkonzanz ist ein  $\frac{1}{2}$  stündiges Vorbrennen des Rohres unerläßlich. Auch die Nachbeschleunigungsteile mußten durch Brennen einer harten Glimmentladung öfters entgast werden, um die angelegte Spannung zu halten.

Der Kanalstrahl wird nach Durchlaufen des Beschleunigungsraumes in einem Magnetfeld zerlegt. Für  $15^\circ$  Ablenkung ergab die Rechnung, daß 100 kV Protonen und Deutonen 7 cm nach Austritt aus dem Magnetfeld getrennt waren. 15 cm hinter dem Magnetfeld treffen die magnetisch ausgesonderten Deutonen auf eine deuteriumhaltige Folie auf. Der in die Magnetkammer eintretende gesamte Kanalstrahlstrom und der auf die Folie auftreffende reine

Ionenstrahl werden durch Drehspulgalvanometer gemessen. Magnet, Akkumulatoren zur Lieferung des Magnetstroms und Meßinstrumente befinden sich in einem Blechgehäuse auf dem Potential der Nachbeschleunigung.

Die Herstellung des Deuteriums geschieht durch Auftropfen von schwerem Wasser auf fein zerkleinertes Natriumamalgam. Zur Regulierung der Gasentwicklung wird das Gefäß elektrisch geheizt. Das an das Entwicklungsgefäß angeschlossene eigentliche Vorgefäß läßt den Druck durch Heben und Senken einer Quecksilbersäule variieren. Ein Zurückschlagen der Entladung in das Gasgefäß wird durch eine lange, enge Zuleitung vermieden. Zum Zünden des Rohres ist ein höherer Druck erforderlich. Auch während des Messens muß der Vordruck wegen der fortschreitenden Entgasung ständig erhöht werden.

Zur Herstellung homogener Folien aus schwerem Ammoniumchlorid erwärmt man einen Tropfen schweren Wassers vorsichtig auf einem Blech über Asbest, gibt Salz bis zur Sättigung zu, streicht den Brei mit einem Glasstab aus und erhält durch nochmaliges Erhitzen eine weiße homogene Schicht. Als Folienträger benutzt man zweckmäßig ein Platinblech, da unedle Metalle offenbar unter dem Einfluß des Kanalstrahls von der Deuteriumverbindung zersetzt werden. Schon nach kurzer Beschießung verfärbt sich die Folienoberfläche gelb, wird später braun, dann schwarz.

#### Meßmethodik und Ergebnisse

Zum Nachweis z. B. der von Neutronen in Silber ausgelösten Radioaktivität wurde das aktivierte Ag-Blech über ein dünnwandiges Al-Zählrohr gebracht, oder es wurde ein Zählrohr mit Ag-Blech ausgekleidet und bestrahlt. In ähnlicher Weise wurde für Borversuche die Innenwand eines Zählrohrs mit einer Borsuspension in Alkohol ausgestrichen, und der Alkohol verdampft. Zum Nachweis der Cd- $\gamma$ -Strahlung wurde ein Cd-Blech über ein Zählrohr gebracht.

Das Zählrohr steuerte über einen 3-Röhrenwiderstandsverstärker ein automatisches Registrierwerk von  $\frac{1}{100}$  Sek. Trennzeit und gab seine Impulse gleichzeitig zur Kontrolle auf ein Fadenelektrometer.

Bei einem Emissionsstrom von 12 mA gab das Rohr einen Gesamtkanalstrahlstrom von 350  $\mu$ A für leichten und schweren Wasserstoff. Abb. 2 zeigt ein magnetisches Spektrum der im Wasserstoff- und Deuteriumkanalstrahl enthaltenen Ionengruppen. Die den Maxima gleicher Energie zugehörigen Magnetströme für leichten und schweren Wasserstoff verhalten sich wegen der doppelten Masse des Deuteriums



wie  $1:\sqrt{2}$ . Die bei höheren Magnetströmen beobachteten Ionen sind offenbar Moleküle.

Zunächst wurde ein Ag-Zylinder um die Antianode A (Abb. 1) gebracht, aktiviert und über das dünnwandige Al-Zählrohr geschoben. Nach Bjerge und Westcott (5) wird ein Ag-Blech von ungebremsen

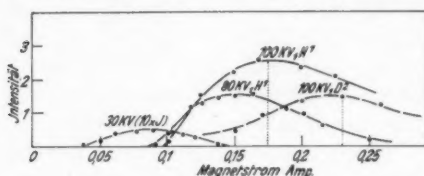


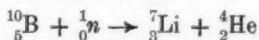
Abb. 2. Magnetisches Spektrum des Kanalstrahls bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen

Der Versuch ist zweifellos von der Anwesenheit streuender Apparaturteile abhängig, gibt aber, wie später gezeigt wird, eine richtige Abschätzung der Größenordnung der Neutronenintensität.

Wurden Ag-Zylinder und Antianode während des Aktivierens in ein Wasserbad getaucht, zeigte der Zähler  $\frac{1}{2}$  Min. nach der Aktivierung noch etwa 1000 T/Min. an<sup>1)</sup>.

#### a) Borindikator

Nach Fermi (6) wird der Prozeß



von langsamen Neutronen mit einer extrem hohen Wahrscheinlichkeit angeregt, während schnelle Neutronen praktisch unwirksam sind. Das borausgekleidete Zählrohr ergab hinter 2,5 cm Blei bei einem Nulleffekt von 23 T/Min. schon zusätzlich 12 Teilchen, hinter 10 cm Paraffinöl 250 T/Min. (100 kV 2  $\mu$ A). Abb. 3 und 4 zeigen Vorwärtskurven in verschiedenen Abständen von der Neutronenquelle, bei denen der durch 2,5 cm Pb hindurchgehende geringe Rest an Paraffin- $\gamma$ -Strahlung in Abzug gebracht ist. Zur Bremsung der Neutronen sind weite Kristallisierschalen mit Paraffinöl über dem Borzähler aufgestellt.

Fermi (7) hat die Bremsung homogener Neutronen beim Durchgang durch wasserstoffhaltige Substanzen theoretisch behandelt und die mittlere Energie eines Neutrons gegebener Anfangsenergie in Abhängigkeit von der Dicke der durchlaufenen Paraffinschicht und

1) Durch Einschluß von Deutonen in die Elektrodenenteile entsteht auch ohne Ablenkung des Strahls auf die Folie eine beträchtliche Neutronenstrahlung.

seiner freien Weglänge berechnet. Den Zusammenhang zwischen Energie und freier Weglänge des Neutrons gibt eine Formel von Bethe und Peierls(8). Während die Energie eines geladenen Korpuskularstrahls beim Durchgang durch Materie durch eine Vielzahl sehr kleiner Energieverluste aufgezehrt wird, und daher die

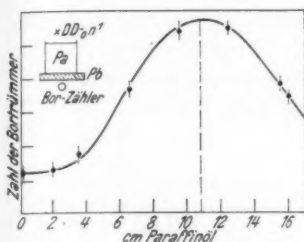


Abb. 3a. Bor-Vorwärtskurve  
(kleiner Abstand  $^{220}\text{Po}$ -Quelle-Zähler)  
DD-Neutronen

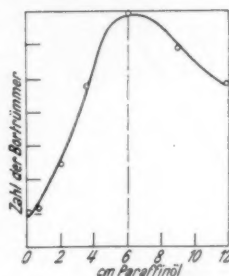


Abb. 3b. Bor-Vorwärtskurve  
(Anordnung von 3a)  
Rn-Be-Neutronen

Energieschwankungen nach Durchlaufen einer Materieschicht gering sind, kann das Neutron bei einem Stoß jeden Betrag bis zu seiner vollen Energie abgeben. Bei der kleinen Zahl von Stößen (vgl. oben) ist daher die Streuung um einen mittleren Energiewert außerordentlich hoch. Hier liegt eine Schwierigkeit der Deutung für die folgenden Kurven.

Bei den Vorwärtskurven in Abb. 3 und 4 ist zunächst das langsame Ansteigen bei kleinen Schichtdicken auffällig. Innerhalb einer Strecke von der Größenordnung der freien Weglänge des 2 MeV-Neutrons in Paraffin (3,7 cm) bleibt der von einer diffusen Streuung herrührende Grundeffekt fast konstant, bis sich durch Zusammenstöße ein merklicher Vorrat an langsamen Neutronen gebildet hat. Die jetzt kleinere freie Weglänge (bei 5000 eV  $\sim 10$  mm) führt zu beschleunigter Bildung von thermischen Neutronen (C-Neutronen) und steilem Kurvenanstieg. Der Verlust von C-Neutronen durch Einfangsprozesse in Paraffin wird durch Nachbildung thermischer Neutronen aus noch wenig gebremsten Anteilen gedeckt,

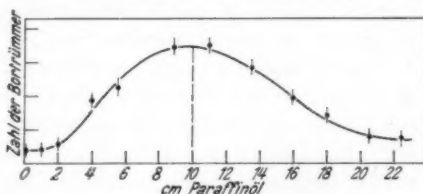


Abb. 4. Bor-Vorwärtskurve (großer Abstand  
 $^{220}\text{Po}$ -Quelle-Zähler) DD-Neutronen

bis schließlich der Verlust durch Deuteronenbildung überwiegt. Der steile Abfall, der jetzt folgen müßte, wird durch C-Neutronen gemildert, die aus dem Rest an schnellen Neutronen nachgebildet werden (Halbwertsdicke 4,6 cm Paraffin). In der Tat liegt gegenüber

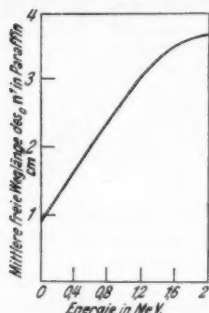


Abb. 5. Die freie Weglänge in Paraffin als Funktion der Neutronenenergie.

(Berechnet nach einer Formel von Bethe und Peierls.)  
Bindungsenergien des Deuteriumkernes  $s = 2,15$  MeV,  
 $s' = 0,116$  MeV

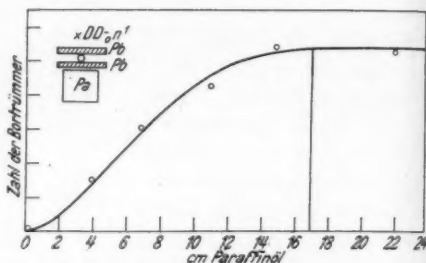


Abb. 6. Bor-Rückwärtskurve. DD-Neutronen

dem Vorwärtsmaximum bei 11 cm der Sättigungspunkt der Rückwärtskurve bei etwa 17 cm, ein Beweis dafür, daß in diesen Dicken noch Neutronen verlangt werden (Abb. 6).

In der gleichen geometrischen Anordnung wie Kurve 3a ist die Vorwärtskurve mit Rn-Be-Neutronen aufgenommen (Abb. 3b). Um die starke  $\gamma$ -Strahlung des Radiums auszuschalten, wurde das Borzählrohr im Multiplikationsbereich mit einem 3 Röhren-Proportionalverstärker betrieben. Auch diese Kurve läuft horizontal aus der Null, steigt aber sofort steil an und erreicht schon nach 6 cm ihr Maximum. Die schnelle Erreichung des Vorwärtsmaximums ist bei dem Reichtum der Berylliumquelle an schnellen Neutronen überraschend. Zweifellos kommen hier vorwiegend die der Quelle entstammenden langsamen Neutronen zur Wirkung, während die schnellen Neutronen erst auf dem Kurvenabstieg genügend Bremsweg durchlaufen haben, um ihre volle Wirksamkeit zu erreichen.

Bei der Anordnung zur Messung der Vorwärtskurve wird durch das Aufeinanderlagern von Paraffin ständig der Raumwinkel der von der Neutronenquelle in den Paraffinblock eintretenden Neutronen geändert. Auch wird durch das Wegfangen thermischer Neutronen das Bild des Bremsvorganges überdeckt.

Durchstrahlt man einen aus übereinandergelagerten Paraffinplatten bestehenden Block mit DD-Neutronen, so reichert sich der Strahl

mit wachsender Eindringtiefe an thermischen Neutronen an. Ein eingeschobenes Cd-Blech absorbiert nur C-Neutronen. Die Zahl der an einer Stelle des Blocks absorbierten Neutronen ist daher ein Maß für die Zahl der hier vorhandenen C-Neutronen<sup>1)</sup>. Auch hier ist der beschleunigte Anstieg nach Überwindung einer langen Anlaufstrecke charakteristisch. Man erkennt daran die völlige Transparenz des Cd-Blechs für schnelle Neutronen. (Abb. 7.)

b) Cd- und Paraffin- $\gamma$ -Strahlung als Neutronenindikator

Ein mit 0,7 mm Cd überdecktes starkwandiges Messingzählrohr registriert hinter 5 cm Pb die Cd- $\gamma$ -Strahlung, deren Maximum bei 10 cm mit dem Borkurve übereinstimmt. (Abb. 8.) Abb. 9 gibt eine Vorwärtskurve der Paraffin- $\gamma$ -Strahlung, deren Maximum erwartungsgemäß in den Abfall der Borkurve hineinfällt. Dem relativ hohen Grundeffekt überlagert sich ein schwaches Maximum.

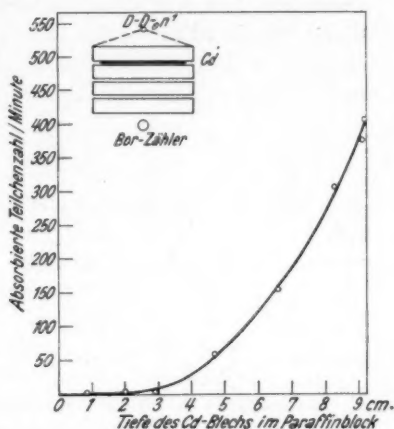


Abb. 7. Die Anreicherung von C-Neutronen in einem DD-Neutronenstrahl beim Durchgang durch Paraffin

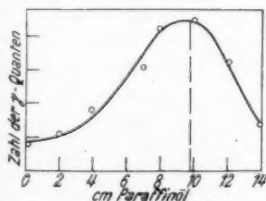


Abb. 8. Cadmium-Vorwärtskurve von DD-Neutronen

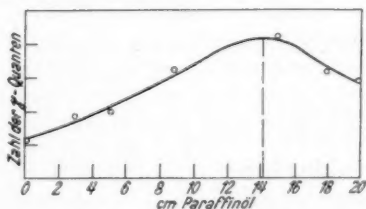


Abb. 9. Paraffin- $\gamma$ -Strahlung mit DD-Neutronen

1) Diese Annahme ist nur angenähert richtig. Langsame Neutronen aus den oberen Schichten des Blocks gelangen wegen des langen Paraffinweges nur zum Teil in den Borzähler, während solche aus unteren Schichten bei kleinerem Paraffinweg geringere Verluste haben. Der Fehler, der durch Neutronen verursacht wird, die mehrfach rückgestreut die betreffende Paraffinstelle durchlaufen, vom Cd-Blech aber schon bei der ersten Durchquerung absorbiert werden, dürfte gering sein.

## c) Ag-Indikator

Zum Nachweis der auf Silber wirksamen sog. A- und B-Neutronengruppen wurde ein mit Silberblech ausgekleidetes Zählrohr verwandt. Aus dem Absorptionskoeffizienten der Neutronen und Ag-Elektronen in Silber ergibt sich für ein Ag-Blech von 0,39 mm eine optimale Elektronenausbeute. Nach Fermi sind die Isotope  $^{108}_{47}\text{Ag}$  und  $^{110}_{47}\text{Ag}$  die Träger der Aktivität, entsprechend der Reaktion:

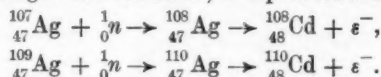


Abb. 10 zeigt eine Abklingkurve einer mit DD-Neutronen induzierten Ag-Aktivität. Die Kurvenform entsteht durch das Zusammenwirken einer kurz- und einer langlebigen Aktivität, die den beiden Isotopen entstammen. Nach 5 Min. bleibt nur die langlebige Komponente allein übrig. Man bestimmt ihre Halbwertszeit und extrapoliert bis zu  $t = 0$  rückwärts. Als Differenz bleibt die reine kurzlebige Komponente übrig.

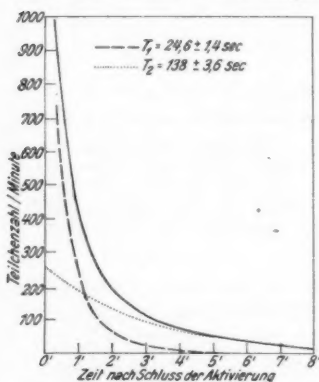


Abb. 10. Abklingkurve einer mit DD- $n^1$  induzierten Ag-Aktivität

Diese Methode erwies sich im vorliegenden Fall einem analytischen Rechenverfahren an Genauigkeit überlegen. Die beiden Halbwertszeiten ergaben sich zu

$$T_1 = 24,6 \pm 1,4 \text{ sec}$$

$$\lambda_1 = 0,0285 \pm 0,0015 \text{ sec}^{-1},$$

$$T_2 = 138 \pm 3,6 \text{ sec}$$

$$\lambda_2 = 0,00502 \pm 0,00013 \text{ sec}^{-1}.$$

Die lange Halbwertszeit stimmt mit den Werten anderer Autoren gut überein<sup>1)</sup>, während die kurze Halbwertszeit in ihrem Wert zwischen dem von Fermi, Chadwick und Goldhaber (22 Sek.) (9) und dem von Henderson gemessenen liegt (26 Sek.) (10). Die Angabe von 40 Sek. von Bjerger und Wescott für die kurzlebige Aktivität ist zweifellos unrichtig.

So ist die Zerfallsintensität zur Zeit  $t = 0$  bekannt und ergibt durch Division mit  $\lambda$  die Zahl der radioaktiven Atome. Obwohl die Ag-Resonanzneutronen überthermische Geschwindigkeit haben, erscheint das Ag-Vorwärtsmaximum der Rn-Be-Neutronen in Abb. 11 bei größeren Paraffindicken als das Bormaximum. Die schnellen Neutronengruppen des Rn-Berylliums, die, wie schon gesagt, wegen

1) E. Fermi, J. Chadwick und M. Goldhaber (9) finden ebenfalls  $T_2 = 2,3'$ , während M. C. Henderson u. a. (10)  $2,5'$  angeben.

des geringen Bremsweges im Bormaximum nur teilweise wirksam waren, erreichen jetzt nach 8 cm Paraffinweg ihre volle Ag-Wirksamkeit. Trotz vermutlich verschiedener Anregungsbedingungen beider Isotope sind die Intensitäten beider Maxima fast gleich.

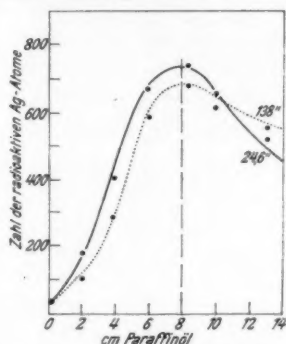


Abb. 11. Silber-Vorwärtskurve der Rn-Be-Neutronen

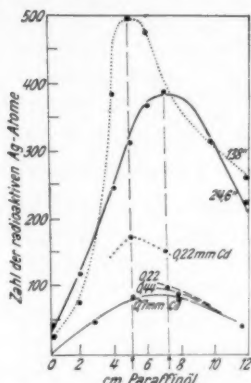


Abb. 12. Silber-Vorwärtskurve der DD-Neutronen

Die Vorwärtskurven der DD-Neutronen zeigen ein eindeutiges Bild (Abb. 12). Die Ag-138''-Aktivität hat ihr Maximum bei 5 cm, die der 246''-Komponente bei 7 cm Paraffin. Beide werden also durch wesentlich schnellere Neutronengruppen angeregt als das Bormaximum bei 11 cm. Dies steht im Einklang mit Energiebestimmungen an Ag-Resonanzneutronen aus ihrer Borabsorption. Infolge seiner hohen Übergangswahrscheinlichkeit aus dem angeregten in den Grundzustand hat der leichte Borkern nur ein verwaschenes Resonanzniveau und absorbiert langsame Neutronen nur nach einem  $1/v$ -Gesetz. Vergleicht man den Borabsorptionskoeffizienten der zu untersuchenden Neutronengruppe mit dem des Cd, so erhält man nach Frisch und Placzek (11) die gesuchte Energie nach der Formel

$$E_g = E_c \cdot \left( \frac{k_c^B}{k_g^B} \right)^2.$$

wobei  $k_g^B$  der Absorptionskoeffizient der betreffenden  $n^1$ -Gruppe in Bor,  $k_c^B$  derjenige der  $C_0n^1$  in Bor und  $E_c$  als mittlere Energie der C-Neutronen bekannt ist. Goldsmith und Rasetti (12) bestimmen so die Energie der Ag-138''-Resonanzneutronen zu 69 eV. Diese Angaben können wegen der Unsicherheit der mittleren Energie der C-Neutronen und der Absorptionskoeffizienten mit großen Fehlern behaftet sein.



Ein Neutron erfährt im Mittel zwischen den beiden Ag-Maxima bei 5 und 7 cm 5 Zusammenstöße, wie sich aus der bekannten freien Weglänge des Neutrons und der Annahme kugelsymmetrischer Streuung im Schwerpunktsystem berechnen läßt. Die Energie des Ag-138"-Maximums liegt also im Mittel um das 32fache höher als die des Ag-24,6"-Maximums. Daraus folgt in ungefährer Übereinstimmung mit dem Wert von Goldsmith und Rasetti eine mittlere Energie von 100 eV für die Ag-138"-Neutronen, wenn 3 eV als mittlere Energie der Ag-24,6"- $n^1$  angenommen wird (11).

Die durch 0,22 mm Cd vorgefilterten Ag-24,6"-Neutronen erregen die in Abb. 12 gestrichelt gezeichnete Vorwärtskurve. Die durch dickere Cd-Filter noch hervorgerufene kleine Intensitätsabnahme liegt innerhalb des Meßfehlers. Die Absorption von Ag-138"-Neutronen in größeren Schichtdicken als 0,22 mm Cd ist wegen der geringen Intensität nicht mehr exakt meßbar. Es sind also C-Neutronen erheblich an der Erregung der beiden Ag-Aktivitäten mitbeteiligt. Der hinter 0,22 mm Cd nachbleibende Anteil ist in Cadmium nicht mehr absorbierbar. Eine Borschicht von 80 mgr/cm<sup>2</sup> schwächt diesen Rest, wenn überhaupt, um weniger als 10%. Diese gefilterte Strahlung besteht mindestens zum großen Teil aus Ag-Resonanzneutronen.

Die vorstehenden Messungen stehen mit der Vorstellung vom Energieverlust von Neutronen durch elastische Zusammenstöße mit Wasserstoffkernen im Einklang. Sie stehen ferner im Einklang mit Anschauungen über die Anregung von Kernprozessen durch langsame Neutronen.

#### Folgerungen über die Ausbeute des DD-Neutronen-Prozesses

Zunächst läßt sich aus der Zahl der Zertrümmerungen, die in einem borausgekleideten Zählrohr in 1 Sek. gezählt werden, auf die Zahl der von der Folie in 1 Sek. ausgestrahlten Neutronen und damit auf die Ausbeute der DD-Reaktion schließen. Um aus der aus 1 cm<sup>2</sup> Boroberfläche austretenden Zahl der Bortrümmer die Gesamtzahl der in 1 cm<sup>3</sup> ausgelösten Prozesse zu bekommen, muß die Summe der Reichweiten des Helium- und Lithiumkernes in Bor bekannt sein. Nach Messungen von Fünfer beträgt sie 8,6  $\mu$  (13). Daraus folgt die Zahl der Borkernzertrümmerungen in einer benutzten Anordnung 1160/min cm<sup>3</sup> bei einem Deutonenstrahl von 1  $\mu$ A und 100 kV. Unter Benutzung des Bor-Wirkungsquerschnittes von Dunning ergibt sich daraus für die Zahl der in den vollen Raumwinkel von der Folie ausgelösten Neutronen  $5 \cdot 10^4$ /sec (100 kV, 1  $\mu$ A).

Ladenburg und Roberts (14) bestimmen direkt die bei der Parallelreaktion  ${}^2_1\text{D} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_1\text{H}$  ausgelöste Protonenzahl zu  $7 \cdot 10^4$ /sec (100 kV, 1  $\mu$ A). Die Übereinstimmung ist gut, da beide



Reaktionen bei 100 kV gleich wahrscheinlich sind (15). Will man die Ausbeute für den DD-Stoß allein angeben, so muß man an Stelle der N- und Cl-Atome im  $\text{ND}_4\text{Cl}$ -Molekül D-Atome in solcher Zahl hinzugefügt denken, daß die Energieabnahme der stoßenden Teilchen unverändert bleibt. Ein N-Atom bremsst wie 2,5 H-Atome und daher auch wie 2,5 D-Atome, 1 Cl-Atom vermutlich wie 4 D-Atome [nach Bätzner (18)]. Zu den vorhandenen 4 D-Atomen eines Moleküls kämen noch 6,5 D-Atome hinzu, die Ausbeute würde im Verhältnis 10,5 : 4 steigen. Im reinen D-Körper würden also

$$\frac{5 \cdot 10,5}{4} \cdot 10^4 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Neutronen pro sec und } \mu\text{A}$$

ausgelöst, oder  $4,8 \cdot 10^7$  Deutonen ergeben 1 Neutron. Ladenburg und Roberts setzen das Bremsvermögen der Fremdatome in Analogie zur Elektronenabsorption fälschlich ihrer Elektronenzahl proportional und erhalten bei Umrechnung auf reines Deuterium eine Ausbeute von  $6 \cdot 10^{-6}$ . Oliphant schätzt die Größenordnung der Ausbeute auf  $10^{-6}$ , Alexopoulos (16) bestimmt sie zu  $6 \cdot 10^{-7}$ . Döpel (17) findet aus Szintillationsmessungen an den Protonen des Parallelprozesses (vgl. oben) die Größenordnung  $10^{-9}$ .

Der Wirkungsquerschnitt des Neutronen liefernden DD-Stoßes beträgt für 100 kV-Deutonen  $4 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ . Bei der Rechnung ist die Reichweite der Deutonen gleich der doppelten Reichweite von Protonen [nach Gerthsen (19)] der halben Energie gesetzt. Die Berechtigung hierfür beruht darauf, daß die so aufeinander bezogenen Teilchen gleiche Linear-geschwindigkeit und daher gleiche differentielle Energieverluste haben. Die Anregungsfunktion des Neutronen liefernden Prozesses wurde gleich derjenigen des Protonen liefernden D'-D-Stoßes gesetzt (1).

Schließlich wurden die Radium-Beryllium-Äquivalente in der Erregung der untersuchten Kernprozesse errechnet. Die Ausbeute eines  $10 \mu\text{A}$  Deutonenstromes von 100 kV ist äquivalent:

48 mC Rn-Be in der Erregung der Ag-246"-Aktivität,

60 mC Rn-Be in der Erregung der Ag-138"-Aktivität,

140 mC Rn-Be in der Erregung des Borprozesses.

Diese Angaben beziehen sich auf die Intensitäten der Vorwärtsmaximas. Da, wie schon gesagt, im Bor-Vorwärtsmaximum der Rn-Be-Neutronen nur ein Teil des Spektrums zur Wirkung kommt, schneidet die DD-Ausbeute hier relativ besser ab.

#### Zusammenfassung

Es wird der Energieverlust homogener Neutronen beim Durchgang durch Paraffin untersucht und mit dem von Rn-Be-Neutronen verglichen. Zum Nachweis der langsamen Neutronen werden Bor-, Cadmium- und Silberindikatoren und die Paraffin- $\gamma$ -Strahlung benutzt.

Die Messungen stehen im Einklang mit Vorstellungen über die Energieabgabe von Neutronen durch Zusammenstöße mit Wasserstoffkernen und die Erregung von Kernumwandlungen durch langsame Neutronen.

Insbesondere wird bei homogenen Neutronen mit wachsender Paraffindicke im langsamen Neutronenspektrum das Auftreten gewisser Energiegruppen untersucht, die als Resonanzneutronen den Indikator erregen und sich der Wirkung der thermischen Neutronen überlagern. Die Rn-Be-Neutronen zeigen wegen ihrer Inhomogenität ein komplizierteres Verhalten, das aus ihrem Energiespektrum gedeutet wird.

Schließlich wird ein Ausbeutevergleich in der Erregung von Kernprozessen zwischen DD- und Rn-Be-Neutronen durchgeführt.

Ich danke Herrn Prof. Gerthsen herzlich für die Anregung und Förderung dieser Arbeit; ebenso Herrn Dr. Fünfer und Dr. Bätzner für ihre Unterstützung. Herrn Dr. Meixner bin ich für theoretische Ratschläge zu Dank verpflichtet.

Es wurden für die Untersuchungen Apparate benutzt, die Herrn Prof. Gerthsen von der Helmholtzgesellschaft und vor allem von der Gießener Hochschulgesellschaft zur Verfügung gestellt waren. Besonderer Dank gebührt auch der Firma Pfeiffer-Wetzlar, die die Dreh- und Elektroschweißarbeiten an der verwendeten Hochspannungsröhre kostenlos ausführte.

#### Literatur

- 1) M. L. E. Oliphant, P. Harteck u. D. E. Rutherford, Proc. Roy. Soc. **144**. S. 692. 1934.
- 2) J. R. Dunning u. G. B. Pegram, Phys. Rev. **45**. S. 586. 1934.
- 3) R. Fleischmann, Ztschr. f. Ph. **97**. S. 242. 1935.
- 4) M. L. E. Oliphant u. D. E. Rutherford, Proc. Roy. Soc. **141**. S. 259. 1934.
- 5) T. Bjerger u. G. F. Westcott, Nature. **134**. S. 177. 1934.
- 6) E. Fermi und Mitarb., Proc. Roy. Soc. **149**. S. 522. 1935.
- 7) E. Fermi, Ric. Scient. Juli 1936.
- 8) G. Bethe u. R. Peierls, Proc. Roy. Soc. **148**. S. 146; **149**. S. 176. 1934.
- 9) E. Fermi u. a., Proc. Roy. Soc. **146**. S. 483. 1934; J. Chadwick u. M. Goldhaber, Proc. Roy. Soc. **151**. S. 479. 1935.
- 10) M. C. Henderson, Nature **134**. S. 823. 1934.
- 11) O. R. Frisch u. G. Placzek, Nature **137**. S. 357. 1936.
- 12) H. Goldsmith u. F. Rasetti, Phys. Rev. **50**. S. 328. 1936.
- 13) E. Fünfer, Ann. d. Phys. [5] **29**. S. 1. 1937.
- 14) R. Ladenburg u. R. Roberts, Phys. Rev. **50**. S. 1190. 1936.
- 15) P. J. Dee u. C. W. Gilbert, Proc. Roy. Soc. **149**. S. 1190. 1936.
- 16) K. D. Alexopoulos, Helv. Phys. Act. **8**. S. 601. 1935.
- 17) R. Döpel, Ann. d. Phys. [5] **28**. S. 87. 1937.
- 18) H. Bätzner, Ann. d. Phys. [5] **25**. S. 233. 1936.
- 19) Chr. Gerthsen, Ann. d. Phys. [5] **5**. S. 657. 1930.

Gießen, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. Juli 1937)

**Über die Geschwindigkeitsverteilung  
der von Kathodenstrahlen  
in Gasen ausgelösten sekundären Elektronen<sup>1)</sup>**

**Von Fritz Frey**

(Mit 11 Abbildungen)

**Einleitung**

Die Geschwindigkeitsverteilung der aus Metallen durch einen primären Kathodenstrahl ausgelösten Sekundärelektronen kann nach den eingehenden Untersuchungen von Lenard<sup>2)</sup> und A. Becker<sup>3)</sup> und zahlreichen nachfolgenden Beobachtungen<sup>4)</sup> als befriedigend bekannt angesehen werden. Das übereinstimmende Ergebnis zeigt, daß der Hauptanteil der Sekundärelektronen sehr langsam ist und daß die wahrscheinlichste Geschwindigkeit zwischen 2 und 3 Volt liegt. Dieser Absolutwert und die Geschwindigkeitsverteilung erweisen sich in erster Näherung als unabhängig von der Primärgeschwindigkeit und dem sekundärstrahlenden Metall.

Da es sich bei diesen Feststellungen aber stets um den Austritt der sekundären Elektronen aus festem Material handelt, so kann nicht ohne weiteres entschieden werden, in welchem Umfang die Eigenschaften dieser Elektronen bis zu ihrem Austritt von der durchsetzten Substanz beeinflußt werden und wie weit also die beobachtbaren Mengen und Geschwindigkeiten unabhängig vom primären Auslösevorgang durch sekundäre Einflüsse bedingt sind. Diese Schwierigkeit fällt bei der Erregung sekundärer Elektronen an (freien) Gasmolekülen weg. In diesem Falle muß es möglich sein, aus den beobachtbaren Eigenschaften dieser Elektronen unmittelbar auf den quantitativen Ablauf des Erregungsprozesses und den Zusammenhang mit dem bei der Erregung stattfindenden Energieverbrauch des Primärstrahls (Trägerbildungsspannung) zu schließen.

1) Dissertation der Naturwiss. Mathem. Fakultät der Universität Heidelberg, vorgelegt am 12. Febr. 1937.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 15. S. 505. 1904.

3) A. Becker, Ann. d. Phys. 17. S. 427. 1905.

4) Es sei auf die ausführliche Literaturübersicht von H. W. Langenwalter, Ann. d. Phys. [5] 24. S. 273. 1935 hingewiesen.



setzen der weiteren Blende  $C$  von dem Käfig  $B$  aufgefangen. In den beiden seitlichen Ansätzen  $DD$  befinden sich die als Faradaykäfige ausgebildeten gleichgroßen Auffänger  $EE$  für die sekundären Elektronen. Zwischen dem Erzeugungsraum und den vorn mit einem Drahtnetz versehenen die Auffänger  $EE$  umgebenden Zylindern  $ZZ$  befindet sich ein zylindrisches Netz  $N$  mit dem Primärstrahl als Achse (wie  $B$ ).  $F_1$  und  $F_2$  sind enge Ansatzröhrchen senkrecht zur Zeichenebene für die Zuführungen der Anode und des Netzes  $N$ .

Der Primärstrahl löst nun auf seinem Weg im Gas sekundäre Elektronen aus, welche die Moleküle nach allen Richtungen verlassen. Durch die seitlichen Blenden in  $B$  (10 mm Durchmesser) wird ein bestimmtes Richtungsgebiet ausgeblendet und gelangt in die beiden Auffänger. Diese sind über einen besonderen „Verteiler“ mit einem Quadrantelektrometer verbunden. Der Verteiler ist derart gebaut, daß sowohl beide Auffänger am Elektrometer liegen können wie jeder für sich, während der andere geerdet ist. Durch diese Anordnung kann die gute Zentrierung des Primärstrahls geprüft und sichergestellt werden, was erforderlich ist, um den Einfluß primärer Streustrahlung auf die Messung möglichst gering zu halten.

Vor dem Zusammenbau des Rohres wurden alle Metallteile, soweit sie von Elektronen getroffen werden können, sorgfältig berußt und ausgeheizt. Die Zuführungen zum Glühdraht waren eingeschmolzen; der ganze Glühkopf konnte mittels Schliff herausgenommen werden. Durch diese weite Öffnung (vgl. Abb. 1) konnten alle Teile in die Röhre gebracht werden. Die Kittungen Glas-Metall wurden mit Schellack und Pizein ausgeführt, als Schliff fett wurde Leybolds Apiezon verwendet.

Der Gasdruck ist so niedrig gehalten, daß die freie Weglänge größer ist als der Abstand zwischen Primärstrahl und Auffänger. Die Pumpanlage besteht aus einem Aggregat von Ölkapselpumpe, rotierender Quecksilberpumpe und einstufiger Quecksilberdiffusionspumpe, die vom Meßraum durch eine Kühltasche abgetrennt ist.

#### Meßweise

Das benutzte Meßverfahren ist das der Spannungsmessung, zuerst von Lenard<sup>1)</sup> 1902 angewandt. Dabei beachten wir die von A. Becker<sup>2)</sup> angegebene Modifikation des „feldfreien Raumes“; d. h., die zu untersuchenden Sekundärstrahlen entstehen in einem völlig feldfreien Raum und gelangen erst, nachdem sie eine Netzblende passiert haben, in den Bereich des analysierenden Gegenfeldes.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. S. 149. 1902.

2) A. Becker, Ann. d. Phys. 78. S. 253. 1925.

Die den Primärstrahl beschleunigende Spannung  $V_p$  liegt zwischen  $K$  und  $A$ ;  $A$ ,  $B$  und  $N$  liegen stets auf gleichem Potential, so daß der Erzeugungsraum der Sekundärstrahlung feldfrei ist. Das zur Analyse der Sekundärstrahlung erforderliche Feld liegt zwischen den Netzen  $N$  und  $Z$ . Seine Variation erfolgt mittels Potentiometers derart, daß dadurch die Strahlerzeugung in keiner Weise beeinflußt wird.

Bei den Messungen war die Diffusionspumpe dauernd in Betrieb, so daß der Druck im Versuchsrohr konstant gleich der bei nicht ausgeheizter Anordnung erreichbaren Leistungsgrenze der Pumpe und also durch die geringfügige Gasabgabe der Teile des Meßraumes bedingt war. Um möglichste Konstanz der Primärintensität zu erreichen, wurden vor der Messung Heizdauer und Heizpause so lange variiert, bis der Elektrometerausgang bei einer Messung ohne Gegenfeld (im folgenden als 0-Messung, bzw. 0-Gang bezeichnet) entweder konstant war, oder nur schwach zu- oder abnahm. Jede Gegenspannungsmessung wurde zwischen zwei 0-Messungen eingeschlossen und ins Verhältnis gesetzt zu dem mit 100 bezeichneten Mittelwert dieser 0-Messungen<sup>1)</sup>.

#### Vorversuche

##### 1. Die Zentrierung des Primärstrahls

Um die gute Erreichbarkeit der Zentrierung des Primärstrahls zu zeigen, seien in Abb. 2 die für die Geschwindigkeitsverteilung

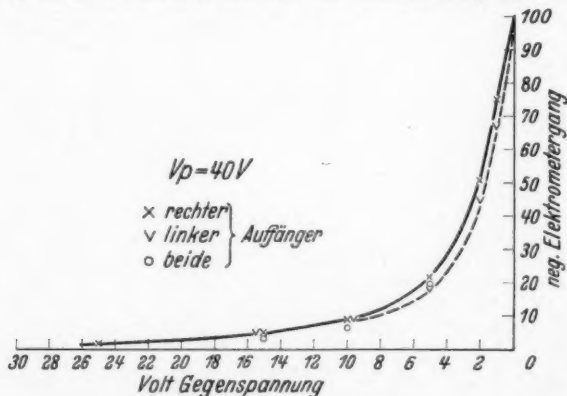


Abb. 2. Getrennte Auffänger

1) Als besonders günstig erwies sich folgende Einteilung: etwa 5 Min. vorheizen, 1 Min. Pause; dann  $\frac{1}{2}$  Min. vorheizen,  $\frac{1}{2}$  Min. heizen und messen, 1 Min. Pause;  $\frac{1}{2}$  Min. vorheizen usw. Auf diese Weise wurden alle hier verzeichneten Kurven aufgenommen.



der aufgefangenen Elektronen maßgebenden Gegenspannungskurven für die drei Fälle: rechter, linker und beide Auffänger verzeichnet. Man erkennt eine sehr befriedigende Übereinstimmung.

## 2. Positive Träger

Die Gasmoleküle bleiben bei der Emission eines Elektrons positiv geladen zurück oder können zum Teil bei geringer Primär- geschwindigkeit durch Absorption eines Primärelektrons wieder neutral werden. Es wurden Untersuchungen angestellt, welche das Vorhandensein positiver Träger nachweisen sollten, um dadurch die

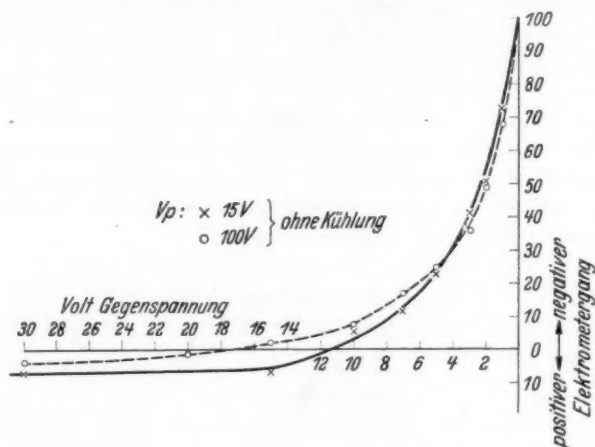


Abb. 3. Nachweis der  $+$ -Träger

Gewißheit zu erhalten, daß die gemessenen Sekundärelektronen auch tatsächlich aus den Gasmolekülen kommen und nicht etwa an Blendenrändern, Netzen und dergleichen ausgelöst werden. Bei Gegenspannungen von der Höhe der Primärspannung an müssen alle negativen Teilchen abgebremst sein, und vorhandene positive Träger müßten sich hier notwendig durch positive Elektrometer- aufladung bemerkbar machen.

Zunächst waren bei verschiedenen Primär- geschwindigkeiten und hoher Gasverdünnung keine positiven Träger zu beobachten (vgl. z. B. Abb. 2). Darauf wurde ohne Kühlung mit flüssiger Luft — also bei höherem Druck — gemessen, und nun lassen sich positive Träger nachweisen (Abb. 3). Es werden jetzt entweder so viele Träger im Erzeugungsraum gebildet, daß eine noch meßbare Menge infolge der Molekularbewegung über das den feldfreien Raum begrenzende

Netz gelangt, oder sie werden durch gestreute Primärelektronen zusätzlich zwischen Netz und Auffänger erzeugt, was durch das Überwiegen der positiven Aufladung bei geringer Primärgeschwindigkeit in Abb. 3 angezeigt erscheint.

Um zu prüfen, ob auch bei besserem Vakuum positive Träger überhaupt vorhanden sind (was beim Auftreten der untersuchten Sekundärstrahlung notwendig ist), wurde folgender Versuch angestellt. An das Netz  $N$  wurde ein negatives Potential von 10 Volt gegen Anode gelegt; der Auffänger war gegen Anode ebenfalls negativ. Jetzt konnten auch bei geringerem Druck positive Träger gemessen werden. Das Netz bewirkt bei der großen Blendenöffnung in  $C$  einen „Durchgriff“, so daß die positiven Träger bereits im Erzeugungsraum dem Zugfeld unterworfen sind und auch ohne eigene Geschwindigkeit in der Richtung des Auffängers nach diesem gelangen, während die Elektronen alle gebremst werden. Von einer Primärgeschwindigkeit von 13 Volt an konnten auf diese Weise positive Träger nachgewiesen werden. Bei höherem Druck ist die gemessene Menge der positiven Träger bei Anwendung der Durchgriffswirkung viel größer als ohne dieselbe.

In den nun folgenden Beobachtungen ist der Druck so niedrig gehalten, daß bei der „Hauptschaltung“ keine positiven Träger in den Auffänger gelangen, was die Auswertung der Geschwindigkeitsverteilungskurven erleichtert.

#### V Versuchsergebnisse

In den Geschwindigkeitsverteilungskurven ist als Abszisse die Gegenspannung in Volt, als Ordinate der negative Elektrometeregang in Bruchteilen der ohne Feld gemessenen Menge aufgetragen. Der Wo-Draht mußte bei den verschiedenen Primärgeschwindigkeiten verschieden stark geglüht werden, um eine gut analysierbare Sekundärmenge zu erhalten.

Die Schwierigkeit bei der Deutung aller Geschwindigkeitsverteilungskurven besteht darin, daß es nicht möglich ist, die reine Sekundärstrahlung allein aufzufangen. Immer werden gestreute Primärelektronen mit den sekundären in den Auffänger gelangen<sup>1)</sup>.

1) Bei Ishino, a. a. O., wird diese Tatsache überhaupt nicht berücksichtigt. Wenn auch bei den hohen Primärgeschwindigkeiten die Streuung geringer ist, so besitzt sie doch auch hier noch erhebliche Werte (A. Becker und E. Kipphan, Ann. d. Phys. [5] 28. S. 465. 1937), und es darf die negative Aufladung bei sehr hohen Gegenspannungen nicht den entsprechenden Geschwindigkeiten der Sekundärelektronen allein zugeschrieben werden. Die reine Streuerscheinung, ohne Beteiligung von Sekundärelektronen, erhält man bei Primärenergien unterhalb der Trägerbildungsspannung ( $V_p < 10$  Volt). Die

Bei unseren Kurven können wir einen gestreuten Anteil immer dort als nachgewiesen betrachten, wo die Gegenspannungskurve erst bei der Höhe der Primärspannung die Abszisse erreicht.

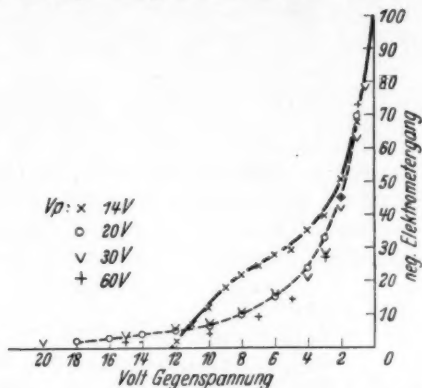


Abb. 4. Gegenspannungskurven.  $V_p = 14-60$  Volt

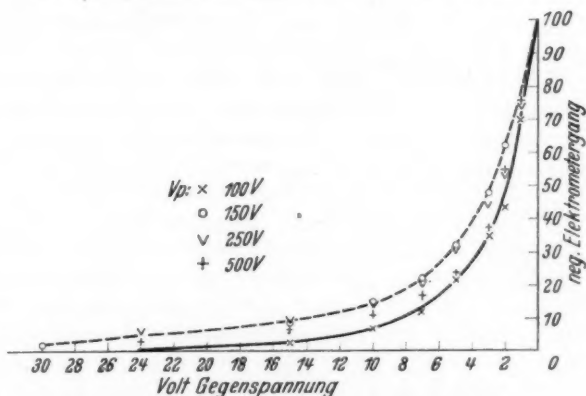


Abb. 5. Gegenspannungskurven.  $V_p = 100-500$  Volt

Aus Abb. 4 sehen wir eine fast völlige Unabhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Primärgeschwindigkeit zwischen 20 und 60 Volt. Bei 14 Volt treten noch sehr wenig sekundäre Elektronen auf, und der gestreute Anteil ist sehr groß, wie aus der Kurve deutlich hervorgeht. In Abb. 5 zeigen die Werte bei  $V_p = 150$

Gegenspannungskurve fällt hier fast linear ab. (Vgl. auch Abb. 7; eine ausführlichere Diskussion dieser Erscheinung wird im Abschnitt „Einfluß der Apparatur“ erfolgen.)

und 250 Volt größere Abweichungen; allerdings liegen auch hier die Streuanteile, wie aus dem linken Teil der Kurve ersichtlich, höher. Daß gerade bei dieser Spannung der Primäranteil stärker hervortritt als bei höheren oder niedrigeren Spannungen, mag vielleicht an der Bevorzugung eines für die Apparatur bei diesen Energien günstigen Streuwinkelbereiches liegen.

Wenn wir jedoch eine Korrektur vornehmen, wie sie von A. Becker<sup>1)</sup> angegeben ist und weiter unten gerechtfertigt wird,

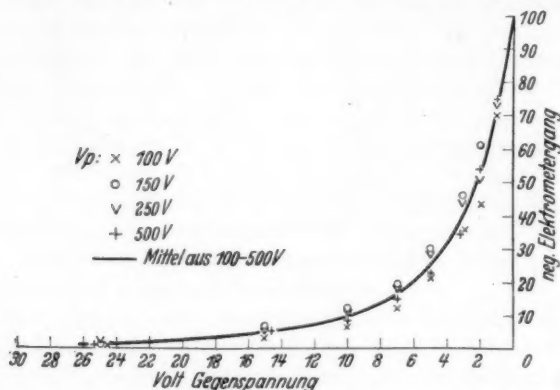


Abb. 6. Korrigierte Werte

erhalten wir wieder bessere Übereinstimmung der Meßwerte von  $V_p = 100$  bis 500 Volt (Abb. 6).

Die Frage nach der höchstmöglichen Geschwindigkeit der Sekundärelektronen in Abhängigkeit von der Primärspannung kann wegen der Schwierigkeit einer scharfen Trennung von gestreuten primären und eventuell vorkommenden schnellen sekundären Elektronen nicht beantwortet werden. Letztere sind auch bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

Beim Vergleich der Gegenspannungskurven, besonders bei geringen Primärenergien (Abb. 4) müssen wir folgendes beachten: Solange die Primärenergie der Sekundärgeschwindigkeit eine obere Grenze setzt — und das ist in einem Teil unseres Meßbereiches bestimmt der Fall — muß ja eine Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Primärgeschwindigkeit in Erscheinung treten. Ein Vergleich der Kurven in Abb. 4 zeigt dies sehr deutlich. Bis zu welchen Primärenergien allerdings man diese, vermindert um die

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 78. S. 244. 1925.

Trägerbildungsspannung, als obere Grenze der Sekundärgeschwindigkeit betrachten darf, ist schwer zu sagen.

Anders ist dies bei der Frage nach der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit der Sekundärelektronen. Nehmen wir nur einen bestimmten Bereich und korrigieren die Kurven insofern, als wir die Menge aller schnelleren Elektronen von der Gesamtmenge subtrahieren und die Differenz wieder als Gesamtmenge im gleichen Ordinatenmaß umrechnen, so können wir hier von einer Unabhängigkeit von der Primärgeschwindigkeit sprechen (Abb. 6).

Eindeutig geht aus allen Kurven hervor, daß der weitaus größte Anteil aller Sekundärelektronen langsamer ist als 10 Volt.

Bevor wir unsere Kurven mit anderen Messungen vergleichen, wollen wir noch den Einfluß der Versuchsanordnung auf das Kurvenbild einer näheren Betrachtung unterziehen.

#### Einfluß der Apparatur

##### a) Schiefer Strahleinfall

Die dargestellten Kurven würden dann die wirkliche integrale Geschwindigkeitsverteilung der Sekundärelektronen geben, wenn nur die normal einfallenden Elektronen gemessen würden. Dies ist hier nicht der Fall, da man bei Untersuchungen an Gasen keinen feinen Strahl ausblenden kann, wenn man eine genügende Menge von Sekundärelektronen erhalten und ihre Auslösung an Blendenrändern möglichst vermeiden will. Alle unter einem gewissen Winkel gegen die Normale einfallenden Elektronen erscheinen bei der Gegenfeldmethode langsamer. Der in Betracht kommende Winkelbereich ist dabei von der Apparatur abhängig. Dieser Tatsache scheint bei den Messungen von Ishino<sup>1)</sup> keine Beachtung geschenkt worden zu sein.

Um den Einfluß der Strahlschiefe auf die Gegenspannungskurven kennenzulernen, könnte man zunächst an die Feststellung des Einflusses eines Zugfeldes denken, welches die zu messende Sekundärstrahlung teilweise ausrichten würde. Jedoch ist hiervon deshalb kein genügend sicheres Urteil zu erwarten, weil in diesem Fall mit einer Durchgriffswirkung des Feldes durch das Netz  $N$  in den Sekundärstrahlerzeugungsraum hinein gerechnet werden muß.

Ein Einfluß vorhandener Strahlschiefen wird deutlich aus der Gegenfeldkurve für Primärstrahlgeschwindigkeiten unter der Trägerbildungsspannung ersichtlich. Man hat es hier nur mit den Primärstrahlen selbst zu tun, da Sekundärstrahlung fehlt. Die mit  $V_p = 10$  Volt erhaltene Gegenspannungskurve zeigt beispielsweise die durch Kreuze wiedergegebene Kurve der Abb. 7.

1) M. Ishino, a. a. O.

Die Kurve ist annähernd eine Gerade. Das würde bei normalem Einfall der Strahlen bedeuten, daß infolge unelastischer Streuung alle Geschwindigkeiten bis zur Primärgeschwindigkeit ziemlich gleichmäßig vorhanden wären. Tatsächlich wird aber infolge der Winkelverteilung die Menge der sehr langsamen Elektronen zu groß angezeigt, so daß die wahre Geschwindigkeitsverteilungskurve oberhalb der gemessenen verlaufen müßte, und zwar zunächst schwächer und gegen das Ende zu steiler abfallend.

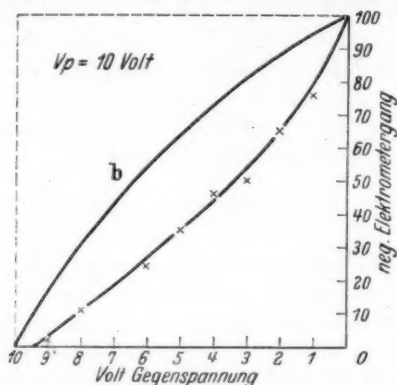


Abb. 7.  $\times$  Gegenspannungskurve der gestreuten Primärelektronen.  
 b — Gegenspannungskurve, berechnet für homogene Geschwindigkeit mit Strahlschiefe. — — — Zugehörige Gegenspannungskurve ohne Strahlschiefe

Bei rein elastischer Streuung, wie sie hier wohl hauptsächlich auftritt, muß man die Kurve als wesentlich durch die Winkelverteilung beeinflusstes Abbild der Gegenspannungskurve einer einzigen Elektronengeschwindigkeit (10 Volt) betrachten.

Die hier angestellten Überlegungen über den Einfluß der Versuchsanordnung auf die Meßergebnisse sind von A. Becker<sup>1)</sup> durchgerechnet und diskutiert worden. Unserem Fall entspricht angenähert die Betrachtung des begrenzten homogenen Feldes. Die Abhängigkeit der relativen Menge von der angelegten Spannung ist gegeben durch die Formel:

$$\bar{y} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha_0} \cdot \left\{ 1 + \frac{\bar{V}}{2} + \sqrt{1 + \bar{V} \cdot \left( 1 - \frac{k^2}{4} \cdot \bar{V} \right)} \right\}.$$

$\bar{V}$  ist das Verhältnis der angelegten Potentialdifferenz zur Austrittsgeschwindigkeit;  $\bar{y}$  ist das Verhältnis der abgefangenen Elektronenzahl zur Gesamtmenge.

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 58. S. 393. 1919.



Zwischen  $\alpha_0$  und  $k$  besteht die Beziehung:  $\operatorname{tg} \alpha_0 = k$ , wobei  $k$  das Verhältnis der Größe des Auffängers zu seinem Abstand von der Emissionsstelle angibt.

Berechnet man hiernach die bei der in unserem Fall möglichen Maximalschiefe von  $\alpha_0 = 50^\circ$  für homogene Geschwindigkeit zu erwartende Gegenspannungskurve, so erhält man die Kurve  $b$  der Abb. 7, während der gestrichelte Verlauf im Idealfall streng normaler Einstrahlung zu erwarten wäre.

Beim Vergleich mit unserer Messung ist ein Unterschied zwischen den gemessenen und berechneten Werten festzustellen. Diese Abweichungen im Kurvenverlauf deuten an, daß offenbar auch noch langsamere Elektronen vorkommen, daß eine strenge Einheitlichkeit der zu den Auffängern kommenden Primärgeschwindigkeit infolge der Gegenwart des Gases also nicht vorhanden ist.

Es darf aber aus diesen Feststellungen geschlossen werden, daß die Uneinheitlichkeit der Geschwindigkeit auch der Sekundärelektronen wesentlich geringer ist, als es nach den durch die Strahlschiefe beeinflussten Gegenspannungskurven den Anschein hat. Die genaue Geschwindigkeitsverteilung kann nicht angegeben werden. Da aber die Richtungsverteilungen für alle Primärgeschwindigkeiten offenbar unverändert bleiben, kann jedenfalls der Einfluß der Primärgeschwindigkeit auf die Sekundärgeschwindigkeitsverteilung quantitativ erkannt werden.

#### b) Messungen mit anderer Versuchsanordnung

Es sollen hier zur Prüfung des bisherigen Befunds noch Messungen angeführt werden, die mit einer anderen Versuchsanordnung ausgeführt wurden und die ebenfalls die Unabhängigkeit der Sekundärstrahlggeschwindigkeit von der Primärspannung zeigen. Die dabei auftretenden Abweichungen von den übrigen Ergebnissen werden weiter unten besprochen. Die Abb. 8 gibt den wesentlichsten Teil dieser Versuchsanordnung wieder.

Als Elektronenquelle diente eine Oxydkathode (hergestellt durch Verbrennen von Siegelack auf einem glühenden, dünnen Platindraht). Die hier erzeugten Elektronen gelangen nach Passieren der als Doppelblende ausgebildeten Anode (ähnlich wie in Abb. 1) in den feldfreien Erzeugungsraum der Sekundärelektronen.

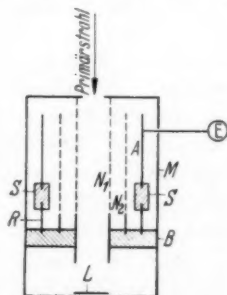


Abb. 8

$N_1$  und  $N_2$  sind Messingnetze;  $N_2$  ist geerdet, an  $N_1$  liegt die analysierende Spannung;  $A$  ist der zum Elektrometer führende Auffänger.  $N_1$ ,  $N_2$  und  $A$  stehen auf einer mit entsprechenden Rillen versehenen Bernsteinscheibe, die in der Mitte eine Öffnung hat, um den Primärstrahl hindurchzulassen und auf einem Leuchtschirm  $L$  sichtbar zu machen. Eine Zentrierung ist so möglich. Alle hier skizzierten Teile sind zylindrisch.  $SS$  sind Bernsteinstückchen, welche den Auffänger mittels des geerdeten Messingrohres  $R$  von der Bernsteinscheibe trennen, um einen Einfluß, den eventuelle Aufladung der Bernsteinscheibe durch den Primärstrahl auf den Auffänger ausüben könnte, auszuschalten.

Das Ganze befindet sich in einem evakuierbaren Glasrohr; die den Elektronen ausgesetzten Metalle sind sorgfältig berußt, um Reflexionen zu vermeiden.

Einige mit dieser Versuchsanordnung bei weniger starker Gasverdünnung gemachte Gegen- und Zugspannungsmessungen bei ver-

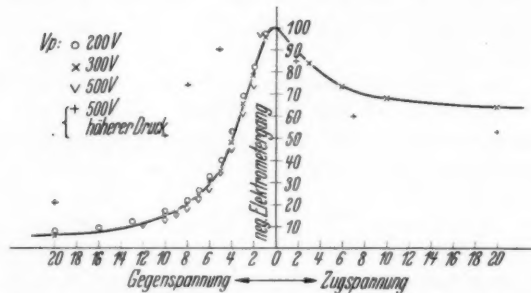


Abb. 9. Messungen mit einer anderen Versuchsanordnung

schiedener Primärgeschwindigkeit sollen in Abb. 9 wiedergegeben werden. Die integralen Geschwindigkeitsverteilungskurven stimmen bei den Primärgeschwindigkeiten von 200, 300 und 500 Volt wieder gut überein. Die Unabhängigkeit der Sekundärstrahlgeschwindigkeit von der Primärstrahlenergie tritt also auch hier hervor. Gegenüber den früheren Kurven zeigen sich aber einige Abweichungen, auf die noch einzugehen ist.

Als am meisten ins Gewicht fallende Abweichungen der beiden Versuchsanordnungen sind der höhere Druck und die anderen Feldbedingungen zu beachten. Wie aus Abb. 8 ersichtlich, liegt hier die verzögernde (bzw. beschleunigende) Spannung an einem Netz  $N_2$ , welches sich zwischen dem Netz  $N_1$  und dem Auffänger — beide mit dem Potential 0 — befindet. Im Falle des Gegenfeldes werden

also alle normal einfallenden Elektronen mit größerer Geschwindigkeit, als der angelegten Spannung entspricht, zwischen  $N_1$  und  $N_2$  verlangsamt, zwischen  $N_2$  und  $A$  beschleunigt und erreichen  $A$  mit ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit.

Die Gegenfeldkurven dieser Anordnung liegen durchweg höher als die früher mitgeteilten. Die Deutung wird erleichtert, wenn man die weitere Erhöhung beachtet, die durch Vergrößerung des Gasdrucks hervorgerufen wird. Die gesteigerten Ordinatenwerte sind offenbar auf das Hinzukommen einer größeren Zahl gestreuter Primärelektronen und zwischen  $N_2$  und  $A$  gebildeter negativer Träger zurückzuführen. Man kann zweifellos schließen, daß der steilere Abfall der früheren Gegenspannungskurven den Eigenschaften der Sekundärelektronen mit besserer Annäherung gerecht wird als der geringere Abfall der Kurven der Abb. 9.

Auch das sonderbare Verhalten der Zugspannungskurve ist der Feldverteilung in der Versuchsanordnung und dem höheren Gasdruck zuzuschreiben. Die zwischen  $N_1$  und  $N_2$  oder zwischen  $N_2$  und  $A$  ausgelösten sekundären und die auf dieser Strecke unelastisch gestreuten primären Elektronen werden beim positiven Feld in die dort herrschende „Potentialmulde“ fallen und den Auffänger nicht erreichen können. Dieses läßt das Abfallen der Kurve und das vermehrte Abfallen bei höherem Druck verständlich erscheinen.

#### Vergleich mit anderen Messungen

Wir vergleichen in Abb. 10 die Mittelwerte aus Abb. 6 mit denen von Ishino. Man sieht, daß Ishinos Kurve wesentlich

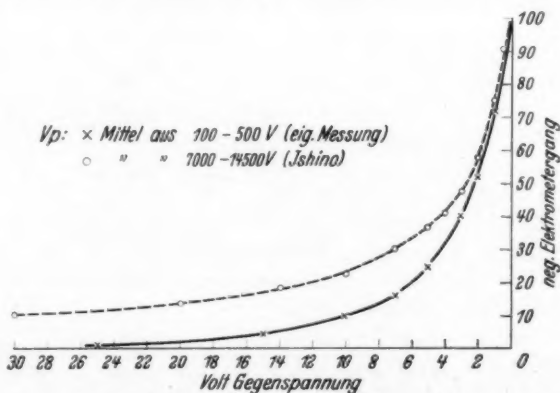


Abb. 10. Vergleich mit anderen Messungen

höhere Geschwindigkeiten anzeigt, als bei unseren Messungen vorkommen, und zwar sollen im Durchschnitt  $\frac{1}{5}$  der ausgelösten Sekundärelektronen schneller sein als 10 Volt und  $\frac{1}{10}$  schneller als 30 Volt. Das ist bei 10 Volt die doppelte Menge, die wir gefunden haben. Die theoretischen Werte, welche Bethe<sup>1)</sup> als gut übereinstimmend mit Ishino angibt, liegen noch höher (bei 10 Volt  $\frac{1}{4}$  der Gesamtmenge).

Wir glauben, daß es nicht angezeigt ist, aus diesen Abweichungen auf eine tatsächliche Zunahme der Sekundärgeschwindigkeiten mit der Primärenergie im hier auftretenden Maße zu schließen, so lange es nicht erwiesen ist, daß bei Ishino die Ordinaten steigernden Einflüsse, die wir besprochen haben, ausgeschlossen waren.

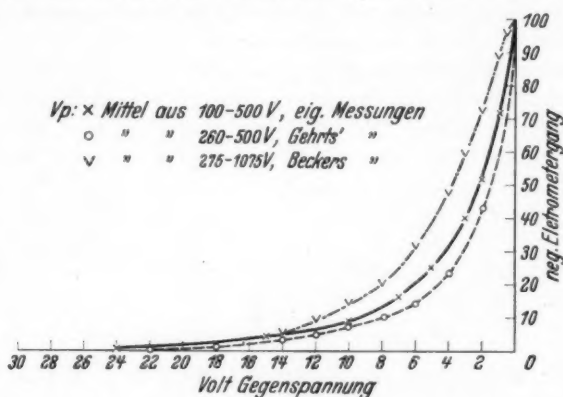


Abb. 11. Vergleich mit anderen Messungen

Es soll nun unsere festgestellte Geschwindigkeitsverteilungskurve noch mit derjenigen der an Metallen ausgelösten Sekundärstrahlen verglichen werden. Gehrts<sup>2)</sup> untersuchte die Geschwindigkeiten aus Kupfermetall ausgelöster sekundärer Kathodenstrahlen, wobei er sich einer Versuchsanordnung bediente, welche ebenfalls die schiefen Strahlrichtungen nicht ausblendete.

A. Becker<sup>3)</sup> benutzte bei der Messung der an schwach be-  
 rußtem Platin ausgelösten Sekundärstrahlung eine Versuchsanordnung, welche nur die in der Feldrichtung verlaufenden Elektronen in den Auffänger gelangen ließ.

1) H. Bethe, a. a. O.

2) A. Gehrts, Ann. d. Phys. **36**. S. 1009. 1911.

3) A. Becker, Ann. d. Phys. **78**. S. 247. 1925.

Für das Fehlen einer Inflexion der Kurven wurde der Einfluß der schiefen Strahlrichtungen als verantwortlich erwogen. In Abb. 11 sehen wir beim Vergleich der Kurven von Becker und Gehrts, daß bei nur normalem Strahlengang eine solche bei etwa 2 Volt auftritt, und der steilere Abfall der Gehrtsschen Kurve kann als Folge der Strahlschiefe angesehen werden.

Die verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Meßergebnisse von Metall und Gas als Quelle der Sekundärelektronen läßt die bereits von Campbell<sup>1)</sup> aufgeworfene Frage als berechtigt erscheinen, ob im ersteren Fall die Sekundärelektronen aus dem Metall kommen und nicht etwa aus einem auf der Oberfläche befindlichen Gasbelag. Tatsächlich haben Untersuchungen<sup>2)</sup> an durch Heizen entgasten Metallen gezeigt, daß diese Gasschicht auf die Sekundärstrahlung einen wesentlichen Einfluß ausübt. Immerhin wird man zur endgültigen Entscheidung der Frage versuchen müssen, der tatsächlichen Geschwindigkeit der aus Gasmolekülen ausgelösten Sekundärelektronen mit noch größerer Exaktheit näher zu kommen, als dies bis jetzt möglich geworden ist.

#### Zusammenfassung

1. Ein ausgeblendeter langsamer Elektronenstrahl (bis 500 Volt Geschwindigkeit) wird in einen gasverdünnten feldfreien Raum geschickt. Die Geschwindigkeitsverteilung der aus den Gasmolekülen ausgelösten Sekundärelektronen wird mit der Lenardschen Gegenfeldmethode untersucht.

2. Positive Träger werden als Beweis der Auslösung der Sekundärelektronen am Gas nachgewiesen.

3. Die Geschwindigkeitsverteilung der Sekundärelektronen erweist sich in erster Näherung im untersuchten Bereich als unabhängig von der Primärgeschwindigkeit. Der Hauptanteil der sekundären Elektronen hat geringe Geschwindigkeiten ähnlich wie die an Metallen ausgelösten Elektronen.

4. Es werden in den Auffänger gelangende gestreute Primärelektronen nachgewiesen, deren Menge von der Trägerbildungsspannung an mit wachsender Primärgeschwindigkeit rasch zurücktritt gegenüber der Sekundärmenge. Eine scharfe Trennung von Sekundärelektronen und gestreuten Primärelektronen kann nicht vorgenommen werden.

1) N. Campbell, Phil. Mag. 28. S. 286. 1914.

2) A. Becker, Ann. d. Phys. 78. S. 253. 1925; H. W. Langenwalter, Ann. d. Phys. [5] 24. S. 273. 1935.

5. Der Einfluß der Richtungsverteilung der in den Auffänger gelangenden Elektronen auf die Meßergebnisse wird erörtert und als Ursache des Fehlens einer Inflexion — entsprechend einer wahrscheinlichsten Geschwindigkeit — für möglich gehalten.

6. Der Einfluß der Apparatur und des Gasdrucks auf die Meßergebnisse wird durch Variation beider Faktoren festzustellen gesucht.

7. Ein Auftreten von Tertiärelektronen von einer bestimmten Primärenergie ab, was auf das Vorhandensein einer größeren Menge von Sekundärelektronen oberhalb der Trägerbildungsspannung schließen ließe, konnte nicht beobachtet werden.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung und unter Leitung des Herrn Prof. Dr. A. Becker im Philipp-Lenard-Institut der Universität Heidelberg unternommen und durchgeführt.

Meinem verehrten Lehrer bin ich für dauernde Unterstützung und steten Ratschlag zu herzlichem Dank verpflichtet.

Heidelberg, Philipp-Lenard-Institut der Universität.

(Eingegangen 8. Juli 1937)